جامعة الشاذلي بن جديد - الطارف

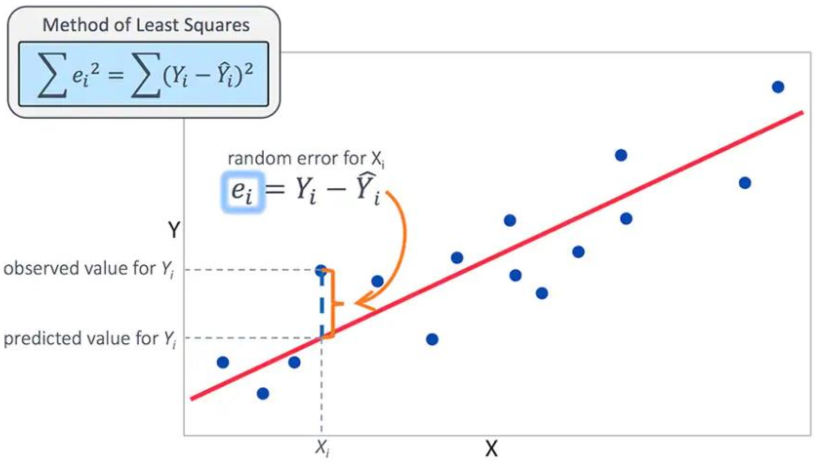
UNIVERSITE CHADLI BENDJEDID - ELTARF

2026-2025 السداسي 6

اقتصاد قياسي

– المحاضرة 04

نموذج الانحدار الخطي البسيط: القوة الارتباطية، الخطأ المعياري للتقدير، التقدير بمجال ثقة



صورة تمثل الدرس/ المحور

الأساتذة المسؤولين			
الاسم واللقب	الرتبة	الكلية	البريد الالكتروني
محمد لمين ميرة	MCB	علوم اقتصادية SEGC	lamine.mira4@gmail.com

الطلبة المعنيين			
الكلية	القسم	السنة	تخصص
علوم اقتصادية SEGC	العلوم الاقتصادية	السنة الثالثة اقتصاد قياسي ومالي	اقتصاد نقدي ومالي

أهداف المحاضرة 04:

- التعرف على كيفية حساب معامل الارتباط وتفسيره؛
- حساب الخطأ المعياري للتقدير وتحديد فائدته؛
- تقدير المعلمة β بمجال ثقة.

مراحل سير المحاضرة:

- وضعية مشكلة
- قياس القوة الارتباطية للنموذج؛
- الخطأ المعياري للتقدير ؛
- التقدير بمجال ثقة.

وضعية المشكلة: (تقدم مطبوعة لكل طالب)

إذا توفرت لديك البيانات التالية على المتغير المستقل Xi والمتغير التابع Yi :

$Yi = -17.4 + \mathbf{4.8}\,Xi + \varepsilon$ $\quad$ n = 4 $\quad$ مجال الثقة = 95% $\quad$ $\Sigma(Xi - \bar{X})^2 = 20$

SSE = 7.2

العمل المطلوب:

1) ما نوع العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع ولماذا؟
2) أحسب القوة الارتباطية للنموذج.
3) أحسب القوة التفسيرية للنموذج.
4) أحسب الخطأ المعياري للتقدير.
5) اختبر معنوية المعلمة $\hat{\beta}$
6) قم بتقدير المعلمة β بمجال ثقة.

$F_{(2\,;\,2\,;\,0.05)} = 19.00$	$F_{(1\,;\,4\,;\,0.05)} = 7.71$	$F_{(1\,;\,2\,;\,0.05)} = 18.51$
$T_{(4\,;\,0.05)} = 2.132$	$T_{(2\,;\,0.025)} = 4.303$	$T_{(2\,;\,0.05)} = 2.920$

حل السؤال الأول من الوضعية:

نلاحظ أن إشارة معامل الانحدار موجبة، وبالتالي فإن العلاقة بين المتغيرين المستقل والتابع هي علاقة طردية.

القوة الارتباطية للنموذج:

لحساب معامل الارتباط R تستخدم الصيغة التالية:

R = $\sqrt{R^2}$

- معامل الارتباط دائما محصور في المجال بين -1 و 1.
- إذا كانت إشارة معامل الارتباط موجبة فهذا يعني وجود علاقة طردية بين المتغيرين المستقل والتابع.
- إذا كانت إشارة معامل الارتباط موجبة والمعامل يساوي أو أكبر من 0.5 نقول في هذه الحالة بأنه توجد علاقة طردية قوية، أما إذا كان موجب وأقل من 0.5 نقول في هذه الحالة بأنه توجد علاقة طردية ضعيفة.
- إذا كانت إشارة معامل الارتباط سالبة نقول بأنه توجد علاقة عكسية.
- في حالة العلاقة العكسية والمعامل أصغر من أو يساوي -0.5 نقول في هذه الحالة بأنه توجد علاقة عكسية قوية، أما إذا كانت علاقة عكسية ومعامل الارتباط أكبر من -0.5 وأصغر من 0 نقول في هذه الحالة بأنه توجد علاقة عكسية ضعيفة.
- إذا كان معامل الارتباط قيمته معدومة دل ذلك على انعدام العلاقة بين المتغيرين.

مثال:

حل السؤال رقم 02 من وضعية الانطلاق.

أولا: يتوجب البحث عن بسط قانون الارتباط

لدينا:

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma(Xi - \bar{X})*(Yi - \bar{Y})}{\Sigma(Xi - \bar{X})^2}$$

$$4.8 = \frac{\Sigma(Xi - \bar{X})*(Yi - \bar{Y})}{20}$$

$$\Sigma(Xi - \bar{X}) * (Yi - \bar{Y}) = 4.8 * 20 = 96$$

لاحظ أن في قانون معامل الارتباط وفي المقام تحت الجذر وبالتحديد الصيغة التالية $\Sigma(Yi - \bar{Y})^2$ هي تمثل في حد ذاتها مجموع مربعات الكلي SST وبالتالي لحساب SST يتوجب قبل ذلك حساب SSR وذلك بإستعمال إحدى الصيغتين التاليتين:

SSR = $\hat{\beta} \,.\, \Sigma\,(Xi - \bar{X}).\,(Yi - \bar{Y})$

SSR = $4.8 * 96$

SSR = 460.8

أو باستعمال الصيغة التالية:

SSR = $\hat{\beta}^2 \,.\, \Sigma(Xi - \bar{X})^2$

SSR = $4.8 * 4.8 * 20$

SSR = 460.8

الآن يمكن حساب SST:

SST = SSR + SSE

SST = $460.8 + 7.2$

SST = 468

ومنه يمكن تطبيق قانون معامل الارتباط:

$$R = \frac{\Sigma(Xi-\bar{X}).\ (Yi-\bar{Y})}{\sqrt{\Sigma(Xi-\bar{X})^2.\Sigma(Yi-\bar{Y})^2}}$$

$$R = \frac{96}{\sqrt{20*468}} = 0.992$$

$$R = 0.992$$

ومنه فإن العلاقة التي تربط المتغير التابع بالمتغير المستقل هي علاقة طردية قوية لأنها موجبة وأكبر من 0.5

ملاحظة: عندما ينص السؤال على حساب القوة التفسيرية للنموذج أو معامل التحديد ولدينا معامل الارتباط معطى يكفي في هذه الحالة تربيعه فقط.

الإجابة عن السؤال الثالث من وضعية الانطلاق:

حساب القوة التفسيرية (حساب معامل التحديد)

$$R^2 = 0.992^2 = 0.984 = 98.4\%$$

أو

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{460.8}{468} = 98.4\%$$

ومنه فإن النموذج كفئ (لأنه أكبر من 0.5)، و98.4% من التغييرات التي حدثت على المتغير التابع Yi سببها المتغير المستقل Xi، أما النسبة الباقية سببها متغيرات أخرى غير مأخوذة بعين الإعتبار في هذا النموذج.

الخطأ المعياري للتقدير:

يستعمل الخطأ المعياري للتقدير لدراسة كفاءة النموذج حيث أنه كلما كان قريب من 0 كلما دل على كفاءة النموذج ويحسب باستعمال العلاقة التالية:

$$\sigma\varepsilon = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

$$\sigma\varepsilon = \sqrt{\frac{7.2}{4-2}} = 1.8973$$

بما أن قيمة الخطأ المعياري للتقدير قريبة من 0، هذا يدل على كفاءة النموذج.

ملاحظة: يمكن استعمال الخطأ المعياري للتقدير في حساب الإنحراف المعياري لـ $\hat{\beta}$ أي أنه يسهل استعمال اختبار T وذلك وفقا للقانون التالي:

$$\sigma\hat{B} = \frac{\sigma\varepsilon}{\sqrt{(Xi-\bar{X})^2}}$$

$$\sigma\hat{B} = \frac{1.8973}{\sqrt{20}}$$

$$\sigma\hat{B} = 0.4242$$

اختبار معنوية المعلمة $\hat{\beta}$

$H_0 : \hat{\beta} = 0$ فرضية العدم (الإنحدار غير دال احصائيا عند مستوى معنوي 0.05)

$H_1 : \hat{\beta} \neq 0$ الفرضية البديلة (الإنحدار دال إحصائيا عند مستوى معنوية 0.05)

الخطوة الثانية: حساب قيمة ستودنت المحسوبة T_{cal}

$$T_{cal} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma\hat{\beta}}$$

$$T_{cal} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma\hat{\beta}} = \frac{4.8}{0.4242} = \mathbf{11.3154}$$

الخطوة الثالثة: مقارنة قيمة ستودنت المحسوبة T_{cal} وقيمة ستودنت المجدولة T_{tab} واتخذ القرار

$$T_{tab} = T(n-2\,;\,\frac{\alpha}{2}) = T\,(2\,;\,0.025) = 4.303$$

بما أن القيمة المطلقة لـ T_{cal} أكبر من T_{tab} (لا تقع ضمن حدود قبول الفرضية الصفرية) فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة أي أن الإنحدار دال احصائيا عند مستوى معنوية 05%.

التقدير بمجال ثقة:

إن تقدير المعلمة β بقيمة محددة يسمى بالتقدير النقطي، يمكن تقديرها أيضا بواسطة مجال ثقة وذلك باستعمال القانون التالي:

$$\hat{\beta} \pm T_{tab}(n-2\,;\,\frac{\alpha}{2}) \,.\, \sigma\hat{B}$$

حيث أن:

$\hat{\beta} + T_{tab}(n-2\,;\,\frac{\alpha}{2}) \,.\, \sigma\hat{B}$: *يمثل الحد الأعلى للمجال*

$\hat{\beta} - T_{tab}(n-2\,;\,\frac{\alpha}{2}) \,.\, \sigma\hat{B}$: *يمثل الحد الأدنى للمجال*

مثال: الإجابة عن السؤال السادس من الوضعية:

حساب الحد الأعلى:

$$\hat{\beta} + T_{tab}(n-2\,;\,\frac{\alpha}{2}) \,.\, \sigma\hat{B} = 4.8 + 4.303 * 0.4242 = 6.6253$$

حساب الحد الأدنى:

$$\hat{\beta} - T_{tab}(n-2\,;\,\frac{\alpha}{2}) \,.\, \sigma\hat{B} = 4.8 - 4.303 * 0.4242 = 2.9747$$

ومنه فإن المجال التي تنتمي له β هو [2.9747 ; 6.6253]

المراجع المعتمدة:

- Pratique de la modélisation Statistique, Site officiel de l'Université de Toulouse, Lien: https://www.math.univ-toulouse.fr/~besse/pub/modlin.pdf
- قوري يحيى عبد الله، مطبوعة بعنوان: **الاقتصاد القياسي محاضرات وتمارين مطبوعة**، جامعة بومرداس، السنة 2018/2017.
- جليط الطاهر، مطبوعة بعنوان: **محاضرات في الاقتصاد القياسي 1**، جامعة جيجل، السنة 2017/2016.