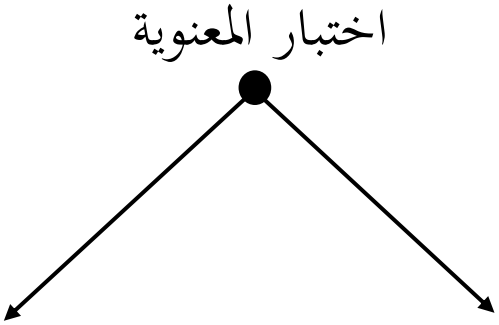
جامعة الشاذلي بن جديد - الطارف
UNIVERSITE CHADLI BENDJEDID - ELTARF

2026-2025

اقتصاد قياسي

- المحاضرة 03

اختبار المعنوية الكلية لنموذج الإنحدار الخطي البسيط



معنوية المعلمات — اختبار T

المعنوية الكلية — اختبار F

صورة تمثل الدرس/ المحور

الأساتذة المسؤولين			
الاسم واللقب	الرتبة	الكلية	البريد الالكتروني
محمد لمين ميرة	MCB	علوم اقتصادية SEGC	lamine.mira4@gmail.com

الطلبة المعنيين			
الكلية	القسم	السنة	تخصص
علوم اقتصادية SEGC	العلوم الاقتصادية	سنة ثالثة علوم اقتصادية	اقتصاد نقدي ومالي

أهداف المحاضرة 03:

- التذكير بخطوات تطبيق قانون ستودنت (اختبار T)؛
- تعلم كيفية تطبيق اختبار فيشر (اختبار F) لاختبار المعنوية الكلية للنموذج؛
- قياس القوة التفسيرية للنموذج (كفاءة النموذج).

مراحل سير المحاضرة:

- وضعية مشكلة (تستعمل في المحاضرة 02 وفي المحاضرة 03)؛
- اختبار المعنوية الكلية للنموذج؛
- دراسة القوة التفسيرية للنموذج (معامل التحديد R^2)
- ملحق

وضعية المشكلة: (تقدم مطبوعة لكل طالب)

ليكن لديك 05 مشاهدات للمتغيرين التاليين:

i	1	2	3	4	5
X_i (م المستقل)	1	2	3	4	5
Y_i (م التابع)	3	7	5	11	14

العمل المطلوب:

1) أرسم سحابة إنتشار النقاط، ثم أذكر توقعك لنوع العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع.
2) قدر معادلة نموذج الإنحدر الخطي البسيط من الشكل $Yi = \hat{\alpha} + \hat{\beta}Xi + \varepsilon$ باستعمال القانون المختصر من طريقة المربعات الصغرى .
3) فسر معادلة نموذج الإنحدار.
4) أرسم معادلة الانحدار على نقاط الانتشار.
5) اختبار معنوية المعلمات المقدرة علما أن مستوى المعنوية $\alpha = 05\%$.
6) اختبار المعنوية الكلية للنموذج علما أن مستوى المعنوية $\alpha = 05\%$.

i	X_i	Y_i	$X_I - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_I - \bar{X})(Y_I - \bar{Y})$	$(X_I - X)^2$	$\hat{y}$	ε	ε^2	$(\hat{y}i - \bar{y})^2$
1	1	3	−2	−5	10	4	2.8	0.2	0.04	27.04
2	2	7	−1	−1	1	1	5.4	1.6	2.56	6.76
3	3	5	0	−3	0	0	8	−3	9	0
4	4	11	1	3	3	1	10.6	0.4	0.16	6.76
5	5	14	2	6	12	4	13.2	0.8	0.64	27.04
Σ	15	40	0	0	26	10	/	0	12.4	67.6

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma(Xi - \bar{X}) * (Yi - \bar{Y})}{\Sigma(Xi - \bar{X})^2} = \frac{26}{10} = 2.6$$

SSE SSR

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} * \bar{X} = \frac{40}{5} - 2.6 * \frac{15}{5} = 0.2$$

ومنه يمكن كتابة معادلة نموذج الإنحدار الخطي البسيط كما يلي:

$$Y_i = 0.2 + 2.6X_i$$

اختبار المعنوية الكلية النموذج:

لاختبار المعنوية الكلية للنموذج يتم استعمال اختبار فيشر F، حيث نحاول من خلال هذا الاختبار الإجابة على التساؤل التالي هل أفلح النموذج في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع؟ هذا الاختبار يدرس الفرضية أن معامل المتغير المستقل يساوي الصفر، أي أن فرضية العدم تقول أنه لا يوجد علاقة بين المتغير المفسر والمتغير التابع، حيث يتم مقارنة قيمة فيشر المحسوبة مع قيمة فيشر الجدولية بدرجات حرية تساوي K−1 وn−k وعند مستوى معنوية معين، وفي حالة فيشر المحسوبة أكبر من فيشر الجدولية نقول أن النموذج معنوي في مجمله.

تجدر الإشارة أنه لحساب فيشر المحسوبة يتوجب استعمال جدول تحليل التباين ANOVA والعمل بالمجاميع المصححة، حيث يكون جدول تحليل التباين ANOVA كما يلي:

النموذج	التغير	درجات الحرية	متوسط المربعات	F المحسوبة
الإنحدار	$SSR = \Sigma(\hat{y}i - \bar{y})^2$	K − 1	$\frac{SSR}{K-1}$	$\frac{\frac{SSR}{K-1}}{\frac{SSE}{n-K}}$
البواقي	$SSE = \Sigma(yi - \hat{y}i)^2$	n − K	$\frac{SSE}{n-k}$	
المجموع	$SST = \Sigma(yi - \bar{y})^2$	n− 1	/	

حيث أن:

K: هو عدد معلمات النموذج (في إنحدار الخطي البسيط عدد معلمات النموذج هو 2)

SSR: مجموع مربعات الإنحدار

SSE: مجموع مربعات البواقي

SST: مجموع مربعات الكلي

كما تجدر الإشارة أيضا أن هذا الاختبار يمر بثلاثة خطوات أساسية مثل اختبار T والتي سيتم توضيحها في المثال التالي.

مثال 1: حل السؤال 06 من وضعية الانطلاق

لاختبار المعنوية الكلية للنموذج نقوم بإجراء فيشر الذي يمر حتى هو بـ 3 مراحل أساسية:

الخطوة الأولى: وضع الفرضيات

$H_0 : \hat{\beta} = 0$ انحدار غير معنوي

$H_1 : \hat{\beta} \neq 0$ انحدار معنوي

الخطوة الثانية: حساب F المحسوبة

$$F_{cal} = \frac{\frac{SSR}{K-1}}{\frac{SSE}{n-2}}$$

النموذج	التغير	درجات الحرية	متوسط المربعات	F المحسوبة
الإنحدار	SSR= $\Sigma(\hat{y}i - \bar{y})^2$ 67.6	K – 1 2 – 1 = 1	67.6	= 16.3550 $\frac{67.6}{4.1333}$
البواقي	SSE = $\Sigma(yi - \hat{y}i)^2$ 12.4	n – K 5 – 2 = 3	4.1333	
المجموع	SST = 80	n– 1 5–1 = 4	/	

الخطوة الثالثة: مقارنة قيمة F المحسوبة F_{cal} وقيمة F المجدولة F_{tab} واتخذ القرار

$F_{tab} = T(K-1, n-2, \alpha) = T(1 ; 3 ; 0.05) = 10.13$

بما أن F المحسوبة أكبر من F المجدولة فإننا نرفض الفرضية الصفري ونقبل الفرضية البديلة، ومنه النموذج له معنوية إحصائية

ملاحظة: F المحسوبة دائما تكون موجبة عكس T المحسوبة التي يمكن أن تكون بالموجب كما يمكن أن تكون بالسالب.

القوة التفسيرية للنموذج:

لقياس القوة التفسيرية للنموذج نستعمل معامل التحديد R^2، وهو عبارة عن النسبة بين التغير في القيم المقدرة على التغير الكلي، كما يمكن حسابه عن طريق المتممة بالنسبة لتغير البواقي على التغير الكلي، وذلك كما يلي:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

تجدر الإشارة أنه في حساب SSR يمكن أن نستعمل أيضا أحد القوانين التالية:

$SSR = SST - SSE$

$SSR = \hat{\beta} * \Sigma(Xi - \bar{X}) . (Yi - \bar{Y})$

$SSR = \hat{\beta}^2 . \Sigma(Xi - \bar{X})^2$

ملاحظة 1 : معامل التحديد R^2 دائما يكون محصورا بين 0 و 1 لذلك نعبر عنه دائما بنسبة مئوية.

ملاحظة 2 : لمعامل التحديد R^2 تفسيران وهما كالتالي:

- الأول حول كفاءة النموذج حيث أنه إذا كان أكبر من أو يساوي 0.5 دل على كفاءة النموذج (نموذج كف) أما إذا كان أقل من 0.5 دل على أن النموذج غير كفئ.
- التفسير الثاني حول القوة التفسيرية للنموذج حيث نأخذ النسبة المتحصل عليها ونقول مثلا 80% (80% هي مثال فقط) من التغيرات التي تطرأ على المتغير التابع Yi سببها المتغير المستقل Xi أما النسبة الباقية (20%) سببها متغيرات أخرى لم تأخذ بعين الاعتبار في هذا النموذج.

مثال 2:

أحسب القوة التفسيرية للنموذج المنصوص عليه في وضعية الانطلاق السابقة

الحل:

$SST = SSE + SSR$

$SST = 12.4 + 67.6 = 80$

$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{67.6}{80} = 0.845 = 84.5\%$

$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{12.4}{80} = 0.845 = 84.5\%$

تفسيره: بما أنه أكبر من 0.5 فإن النموذج هو نموذج كفئ، ويعني أيضا أن 84.5% من التغيرات التي تحدث على المتغير التابع Yi سببها المتغير المستقل Xi، أما النسبة الباقية (15.5%) سببها متغيرات أخرى غير مأخوذة بعين الاعتبار في هذا النموذج

المراجع المعتمدة:

- Pratique de la modélisation Statistique, Site officiel de l'Université de Toulouse, Lien: https://www.math.univ-toulouse.fr/~besse/pub/modlin.pdf
- قوري يحيى عبد الله، مطبوعة بعنوان: **الاقتصاد القياسي محاضرات وتمارين مطبوعة**، جامعة بومرداس، السنة الجامعية 2018/2017.
- جليط الطاهر، مطبوعة بعنوان: **محاضرات في الاقتصاد القياسي 1**، جامعة جيجل، السنة 2017/2016.

ملحق:

الجدول الإحصائي لتوزيع F عند مستوى معنوية 05%.

TABLE A.3

F Distribution: Critical Values of *F* (5% significance level)

v_2 \ v_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.36	246.46	247.32	248.01
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.42	19.43	19.44	19.45
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.71	8.69	8.67	8.66
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.87	5.84	5.82	5.80
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.64	4.60	4.58	4.56
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.96	3.92	3.90	3.87
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.53	3.49	3.47	3.44
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.24	3.20	3.17	3.15
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.03	2.99	2.96	2.94
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.86	2.83	2.80	2.77
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.74	2.70	2.67	2.65
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.64	2.60	2.57	2.54
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.55	2.51	2.48	2.46
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.48	2.44	2.41	2.39
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.42	2.38	2.35	2.33
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.37	2.33	2.30	2.28
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.33	2.29	2.26	2.23
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.29	2.25	2.22	2.19
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.26	2.21	2.18	2.16
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.22	2.18	2.15	2.12
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.20	2.16	2.12	2.10
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.17	2.13	2.10	2.07
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.15	2.11	2.08	2.05
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.13	2.09	2.05	2.03
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.11	2.07	2.04	2.01
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.09	2.05	2.02	1.99
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.06	2.02	1.99	1.96
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.05	2.01	1.97	1.94
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.04	1.99	1.96	1.93
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11	2.04	1.99	1.94	1.91	1.88
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.95	1.90	1.87	1.84
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.89	1.85	1.81	1.78
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.86	1.82	1.78	1.75
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.02	1.97	1.89	1.84	1.79	1.75	1.72
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.88	1.82	1.77	1.73	1.70
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.11	2.04	1.99	1.94	1.86	1.80	1.76	1.72	1.69
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.85	1.79	1.75	1.71	1.68
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.82	1.76	1.71	1.67	1.64
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.80	1.74	1.69	1.66	1.62
250	3.88	3.03	2.64	2.41	2.25	2.13	2.05	1.98	1.92	1.87	1.79	1.73	1.68	1.65	1.61
300	3.87	3.03	2.63	2.40	2.24	2.13	2.04	1.97	1.91	1.86	1.78	1.72	1.68	1.64	1.61
400	3.86	3.02	2.63	2.39	2.24	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.78	1.72	1.67	1.63	1.60
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.77	1.71	1.66	1.62	1.59
600	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.11	2.02	1.95	1.90	1.85	1.77	1.71	1.66	1.62	1.59
750	3.85	3.01	2.62	2.38	2.23	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.77	1.70	1.66	1.62	1.58
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.76	1.70	1.65	1.61	1.58