



جامعة الشاذلي بن جديد - الطارف

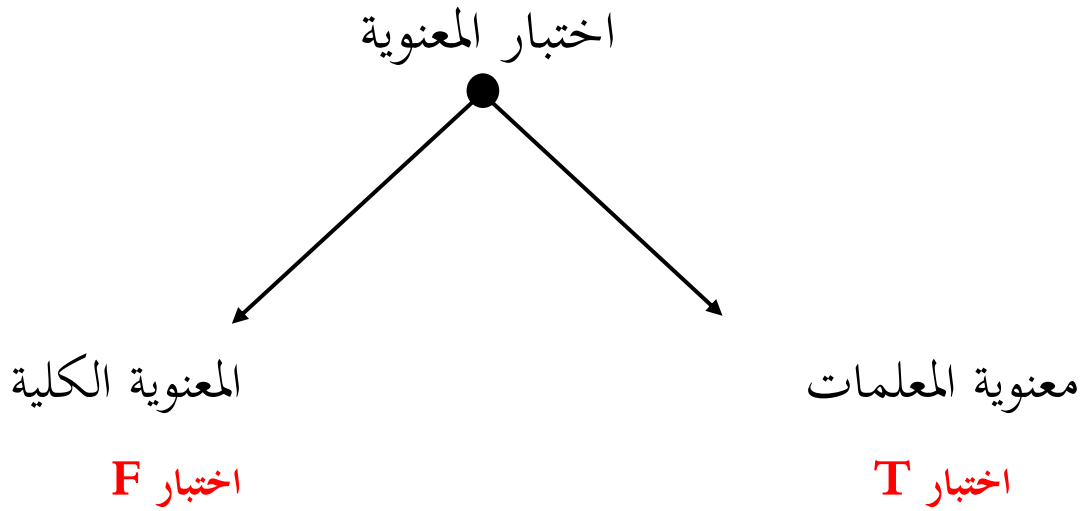
UNIVERSITE CHADLI BENDJEDID - ELTARF

2026-2025

اقتصاد قياسي

- المحاضرة 02

اختبار معنوية معاملات نموذج الإنحدار الخطي البسيط



صورة تمثل الدرس / المحور

الأساتذة المسؤولين

الاسم واللقب	الرتبة	الكلية	البريد الالكتروني
محمد لمين ميرة	MCB	علوم اقتصادية SEGC	lamine.mira4@gmail.com

الطلبة المعنيين

الكلية	القسم	السنة	تخصص
علوم اقتصادية SEGC	العلوم الاقتصادية	السنة الثالثة علوم اقتصادية	جميع التخصصات

أهداف المحاضرة 02:

- تحديد فرضيات نموذج الانحدار الخطي البسيط؛
- التعرف على مفهوم المعنوية؛
- تعلم كيفية تطبيق اختبار ستودنت (اختبار T) لاختبار معنوية معاملات النموذج؛

مراحل سير المحاضرة:

- وضعية مشكلة (وضعية الانطلاق - تستعمل في المحاضرة 2 والمحاضرة 3)؛
- فرضيات نموذج الانحدار الخطي البسيط؛
- اختبار معنوية معاملات النموذج؛
- ملحق.

وضعية المشكلة: (تقدم مطبوعة لكل طالب)

ليكن لديك 05 مشاهدات للمتغيرين التاليين:

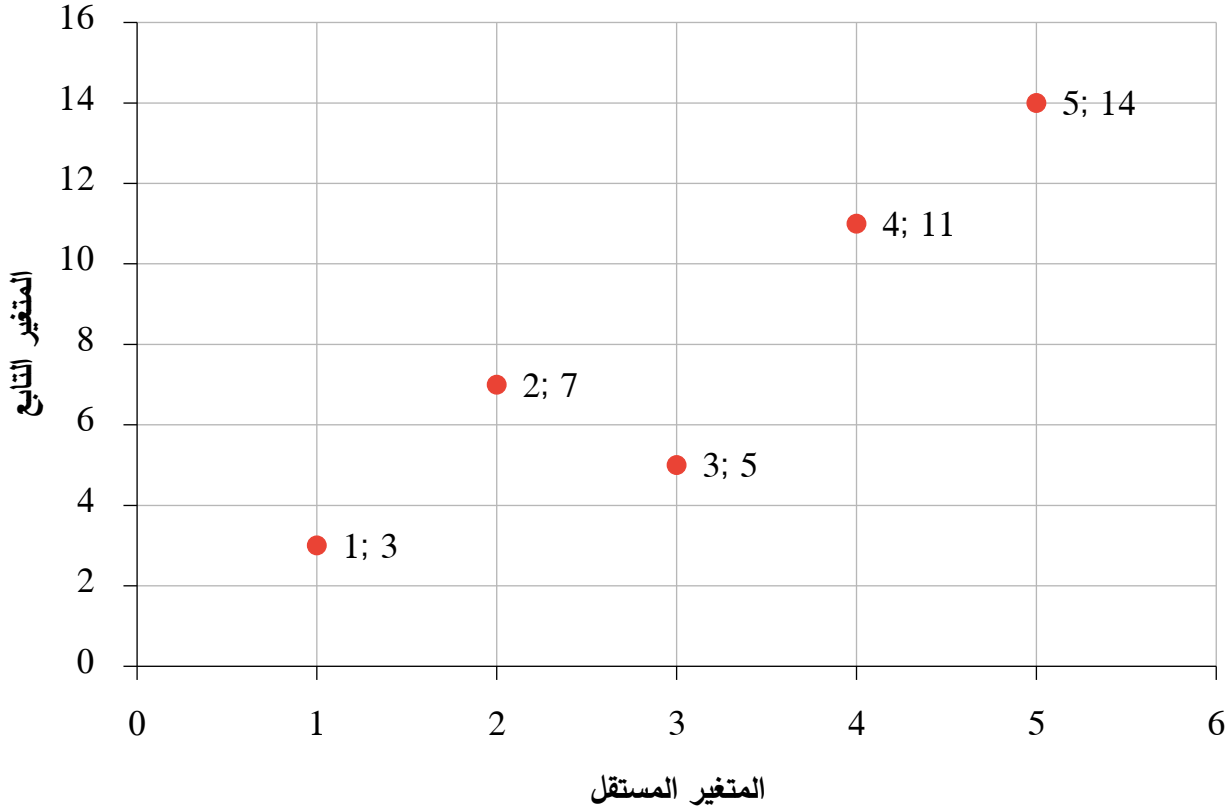
i	1	2	3	4	5
X_i (م المستقل)	1	2	3	4	5
Y_i (م التابع)	3	7	5	11	14

العمل المطلوب:

- 1) أرسم سحابة إنتشار النقاط، ثم أذكر توقعك لنوع العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع.
- 2) قدر معادلة نموذج الانحدار الخطي البسيط من الشكل $Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i + \varepsilon$ باستعمال القانون المختصر من طريقة المربعات الصغرى .
- 3) فسر معادلة نموذج الانحدار.
- 4) أرسم معادلة الانحدار على نقاط الانتشار.
- 5) اختبار معنوية المعلمات المقدره علما أن مستوى المعنوية $\alpha = 05\%$.
- 6) اختبار المعنوية الكلية للنموذج علما أن مستوى المعنوية $\alpha = 05\%$.

الإجابة على الأسئلة الأربعة الأولى من وضعية الانطلاق (من أجل الدخول في جوهر الدرس)

1. رسم سحابة إنتشار النقاط:



نوع العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع هي علاقة طردية أي كلما زاد المتغير المستقل يزداد المتغير التابع، وهذا يستلزم أن $\hat{\beta}$ موجب.

2. تقدير نموذج الإنحدار الخطي البسيط باستعمال القانون المختصر:

i	X_i	Y_i	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$	$(X_i - \bar{X})^2$	\hat{y}	ε	ε^2	$(\hat{y}_i - \bar{y})^2$
1	1	3	-2	-5	10	4	2.8	0.2	0.04	27.04
2	2	7	-1	-1	1	1	5.4	1.6	2.56	6.76
3	3	5	0	-3	0	0	8	-3	9	0
4	4	11	1	3	3	1	10.6	0.4	0.16	6.76
5	5	14	2	6	12	4	13.2	0.8	0.64	27.04
Σ	15	40	0	0	26	10	/	0	12.4	67.6

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\Sigma(X_i - \bar{X})^2} = \frac{26}{10} = 2.6$$

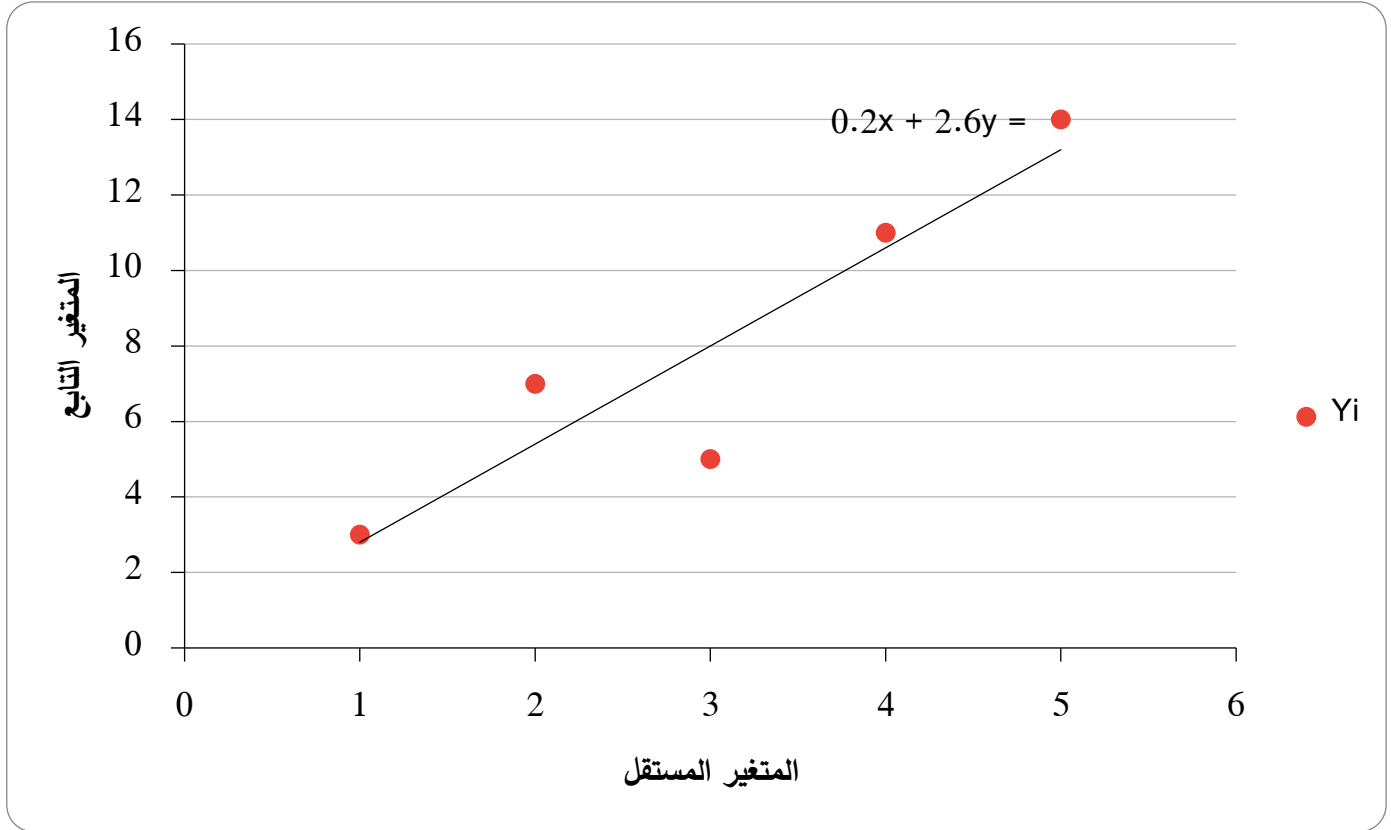
$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} * \bar{X} = \frac{40}{5} - 2.6 * \frac{15}{5} = 0.2$$

ومنه يمكن كتابة معادلة نموذج الإنحدار الخطي البسيط كما يلي:

$$Y_i = 0.2 + 2.6X_i$$

3. في حالة انعدام المتغير المستقل فإن قيمة المتغير التابع تساوي 0.2 . كما أنه في حالة زيادة المتغير المستقل بوحدة واحدة فإن قيمة المتغير التابع تزداد بـ 2.6 وحدة.

4. رسم معادلة الإنحدار على نقاط الانتشار:



فرضيات نموذج الإنحدار الخطي البسيط:

هناك مجموعة من الفرضيات تم وضعها لئلا نموذج الإنحدار الخطي البسيط وهي:

- الفرضية الأولى: نموذج خطي بالنسبة لمعالم ومتغيرات النموذج وشعاع الأخطاء، فهذه العلاقة هي علاقة خطية يمكن تمثيلها بيانياً في شكل خط مستقيم؛
- الفرضية الثانية: قيم المتغير المستقل هي قيم حقيقية (غير عشوائية) وغير متساوية جميعاً فيما بينها.
- الفرضية الثالثة: الأمل الرياضي للأخطاء (الوسط الحسابي للأخطاء) معدوم.
- الفرضية الرابعة: تعني أن تشتت الأخطاء حول المتوسط ثابت.
- الفرضية الخامسة: عدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء: بمعنى التباينات المشتركة لأخطاء الملاحظات المختلفة تكون معدومة، وهذا على طول العينة.
- الفرضية السادسة: الأخطاء مستقلة عن المتغير الشارح.
- الفرضية السابعة: فرضية التوزيع الطبيعي للأخطاء: وهي تعني أن الأخطاء تتوزع وفق القانون الإحتمالي الطبيعي.

اختبار معنوية معاملات النموذج:

• اختبار معنوية المعلمة $\hat{\beta}$:

اختبار معنوية معلمة من معالم النموذج يقصد بها اختبار هل هذه المعلمة معدومة أو غير معدومة فبالنسبة للمعلمة $\hat{\beta}$ يمكن كتابة فرضية العدم والفرضية البديلة كما يلي:

$$H_0 : \hat{\beta} = 0 \text{ فرضية العدم}$$

$$H_1 : \hat{\beta} \neq 0 \text{ الفرضية البديلة}$$

فرضية العدم تشير إلى أنه لا يوجد إنحدار أو أنه غير دال احصائيا عند مستوى معنوية معين، أما الفرضية البديلة فتشير إلى أن الإنحدار دال احصائيا عند مستوى معنوية معين، فهي فرضية تعاكس تماما فرضية العدم.

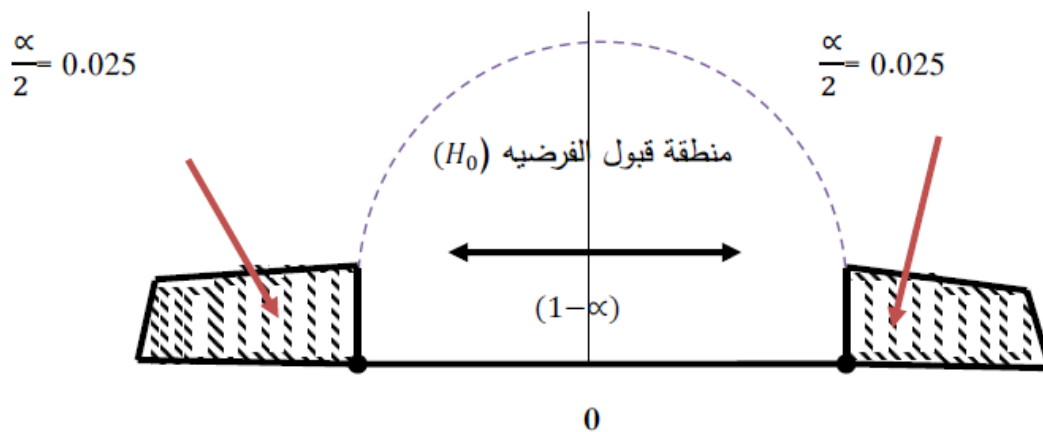
الخطوة الثانية في اختبار معنوية المعلمة $\hat{\beta}$ تتمثل في حساب t_{cal} وتسمى بـ t المحسوبة وذلك وفق القانون التالي:

$$T_{cal} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma_{\hat{\beta}}}$$

تجدر الإشارة أنه لحساب الإنحراف المعياري لـ $\hat{\beta}$ (الذي يمثل المقام) يتوجب قبل ذلك حساب تباين البواقي وتباين $\hat{\beta}$.

أما **الخطوة الثالثة والأخيرة** في اختبار معنوية المعلمة $\hat{\beta}$ فتتمثل في أن استخراج T_{tab} وتسمى بـ T الجدولة والتي لها احداثيات التالية $T_{tab} = T(n - 2 ; \frac{\alpha}{2})$ ، فإذا كانت القيمة المطلقة لـ T المحسوبة أكبر من T الجدولة فإننا نرفض H_0 ونقبل H_1 ، أما إذا كانت القيمة المطلقة لـ T المحسوبة أقل من T الجدولة فإننا نقبل H_0 ونرفض H_1 .

ملاحظة: يمكن كذلك في اتخاذ القرار رسم التوزيع الاحتمالي وتحديد عليه منطقة القبول ومنطقة الرفض دون استعمال القيمة المطلقة.



مثال: حل السؤال الخامس من وضعية الانطلاق

الخطوة الأولى: وضع الفرضيات

$$H_0 : \hat{\beta} = 0 \text{ فرضية العدم (الإنحدار غير دال احصائيا عند مستوى معنوي 0.05)}$$

(الإنحدار دال إحصائيا عند مستوى معنوية 0.05) الفرضية البديلة $H_1 : \hat{\beta} \neq 0$

الخطوة الثانية: حساب قيمة ستودنت المحسوبة T_{cal}

$$T_{cal} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma_{\hat{\beta}}}$$

نحسب أولا تباين البواقي:

$$VAR_e = \frac{\sum e^2}{n-2} = \frac{12.4}{3} = 4.1333$$

ثانيا نحسب تباين $\hat{\beta}$:

$$VAR\hat{\beta} = \frac{VAR_e}{\sum(X_i - \bar{X})^2} = \frac{4.1333}{10} = 0.4133$$

ثالثا نحسب انحراف $\hat{\beta}$:

$$\sigma_{\hat{\beta}} = \sqrt{VAR(\hat{\beta})} = \sqrt{0.4133} = 0.6423$$

ومنه فإن:

$$T_{cal} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma_{\hat{\beta}}} = \frac{2.6}{0.6423} = 4.0480$$

الخطوة الثالثة: مقارنة قيمة ستودنت المحسوبة T_{cal} وقيمة ستودنت الجدولة T_{tab} واتخذ القرار

$$T_{tab} = T(n-2; \frac{\alpha}{2}) = T(3; 0.025) = 3.182$$

بما أن القيمة المطلقة لـ T_{cal} أكبر من T_{tab} (لا تقع ضمن حدود قبول الفرضية الصفرية) فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة أي أن $\hat{\beta}$ له دلالة إحصائية عند مستوى معنوية 0.05.

• اختبار معنوية المعلمة $\hat{\alpha}$:

اختبار معنوية المعلمة $\hat{\alpha}$ تمر كذلك بـ ثلاثة مراحل حيث أن المرحلة الأولى والتي تتمثل في مرحلة وضع الفرضيات تشبه إلى حد كبير المرحلة الأولى في اختبار معنوية وهي كالتالي $\hat{\beta}$:

فرضية العدم $H_0 : \hat{\alpha} = 0$

الفرضية البديلة $H_1 : \hat{\alpha} \neq 0$

أما الخطوة الثانية من خطوات اختبار معنوية المعلمة $\hat{\alpha}$ فتمثل في حساب T_{cal} أو T المحسوبة وذلك وفق القانون التالي:

$$T_{cal} = \frac{\hat{\alpha}}{\sigma_{\hat{\alpha}}} = \frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{\frac{VAR_{\epsilon}}{n} + (\bar{X}^2 * VAR\hat{\beta})}}$$

أما الخطوة الثالثة الأخيرة في اختبار معنوية المعلمة $\hat{\alpha}$ تتمثل في استخراج T الجدولة واتخاذ القرار والتي لها احداثيات التالية $T(n-2; \frac{\alpha}{2})$ ، فإذا كانت القيمة المطلقة لـ T المحسوبة أكبر من T الجدولة فإننا نرفض H_0 ونقبل H_1 ، أما إذا كانت القيمة المطلقة لـ T المحسوبة أقل من T الجدولة فإننا نقبل H_0 ونرفض H_1 .

مثال: تكملة حل السؤال الخامس من وضعية الانطلاق

اختبار معنوية $\hat{\alpha}$:

الخطوة الأولى: وضع الفرضيات

فرضية العدم $H_0 : \hat{\alpha} = 0$ الفرضية البديلة $H_1 : \hat{\alpha} \neq 0$ الخطوة الثانية: حساب قيمة ستودنت المحسوبة T_{cal}

$$T_{cal} = \frac{\hat{\alpha}}{\sigma_{\hat{\alpha}}}$$

$$T_{cal} = \frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{\frac{VAR \varepsilon}{n} + (\bar{X}^2 * VAR \hat{\beta})}}$$

$$T_{cal} = \frac{0.2}{\sqrt{\frac{4.1333}{5} + (9 * 0.4133)}} = 0.0938$$

بما أن T المحسوبة تقع في مجال قبول الفرضية الصفرية (قيمتها المطلقة أقل من T المجدولة)، فإننا نقبل الفرضية الصفرية ونرفض الفرضية البديلة، أي أن $\hat{\alpha}$ غير دالة احصائيا

المراجع المعتمدة:

- Introduction à la modélisation statistique, Site officiel de l'Université de Toulouse, Lien:

<https://www.math.univ-toulouse.fr/~besse/Wikistat/pdf/st-m-modmixt1-intro.pdf>

- Pratique de la modélisation Statistique, Site officiel de l'Université de Toulouse, Lien:

<https://www.math.univ-toulouse.fr/~besse/pub/modlin.pdf>

- قوري يحيى عبد الله، مطبوعة بعنوان: الاقتصاد القياسي محاضرات وتمارين مطبوعة، جامعة بومرداس، السنة 2018/2017.

الملحق: (الجدول الإحصائي الخاص باختبار T)