Partie 1: L'électrostatique, l'électrocinétique et la magnétostatique

II.1.A-Rappels et compléments sur l'électrostatique:

II.1.A-1.Définition : L'électrostatique est la branche de la physique qui étudie les phénomènes produits par des charges électriques à l'état de repos.Les forces qu'elles exercent entre ces charges, c'est-à-dire de leurs interactions sont décrites par la loi de ***Coulomb*** (1736-1806), cette loi offre une certaine analogie avec l'interaction gravitationnelle.

II.1.A.2. La loi de Coulomb ou principe fondamental de l'électrostatique :

La force $\vec{F}_{1\to2}$exercée par $q_1$sur la charge q_2 s'écrit: $\vec{F}_{1\to2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_{1\to2}$ **(II.1)**

La force $\vec{F}_{2\to1}$exercée par q_2 sur la charge q_1 est égale et opposée à $\vec{F}_{2\to1}$: $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$

Où : $\vec{u}_{12}$représente le vecteur unitaire pointe de la charge q_1 vers q_2 est défini par: $\vec{u}_{1\to2} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|} = \frac{\overrightarrow{AB}}{r}$

R est la distance séparant les deux charges .

et . ε_0 est la permittivité diélectrique du vide et a pour valeur: $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi\times10^{-9}} = 8.854187817\times10^{-12}Fm^{-1}$

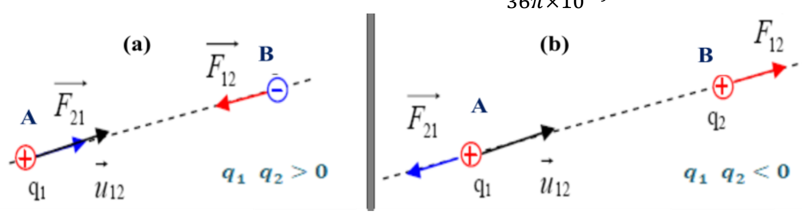


*Figure **II.1** Loi de coulomb*

II.1.A. 3. Le champ électrique : L'existence de la charge q_2 dans une région de l'espace modifie les propriétés de cette région, en créant un champ électrique noté $\vec{E}_{q_2}$ qui se manifeste par la force exercée sur la charge q_2.Cette force est donnée par la relation suivante: $\vec{F}_{q_2\to q_1} = q_1\vec{E}_{q_2}$ **(II.2)**

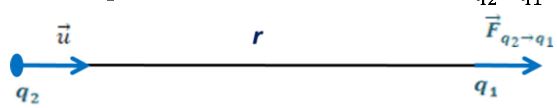


*Figure **II.2.** Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle*

Le champ électrique créé par la charge q_2, dans une direction donnée par le vecteur unitaire $\vec{u}$ et à une distance *r*, est alors défini par : $\vec{E}_{q_2} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}$ **(II.3)**

II.1.A.4 Principe de superposition : Si plusieurs charges ponctuelles$q, q_1, q_2, q_3, q_4 \dots\dots q_n$ sont situées en des points $A,\ A_1, A_2\ A_3 \dots A_n$. La présence de ces charges q_i crée un champ électrique résultant égal à la somme vectorielle des champs électriques créés individuellement par chacune de ces charges :

$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_{q_i} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_i}{r_i^3}$ **(II.4)**

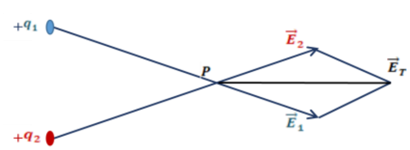


*Figure **II.3**.principe de superposition des champs*

Le champ électrostatique $\vec{E}_T$ crée par les deux charges q_1 et q_2 est: $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

II.1.A.5. Distribution continue de charges – densité :

1-Le champ électrique créé par une distribution linéique de charge de longueur *l* :

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{M}) = \int_{(l)} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi\varepsilon_0}} \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{P}) \frac{\vec{\mathbf{r}}}{\mathbf{r^3}}\ \mathbf{dl_p} \qquad \textbf{(II.5)}$$

Avec $\mathbf{dq = \boldsymbol{\lambda}(P)\,dl_p}$ est la densité linéaire de charge λ et $\boldsymbol{r^3 = \left\|\overrightarrow{PM}\right\|^3}$ **et** $\boldsymbol{\vec{r} = \overrightarrow{PM}}$

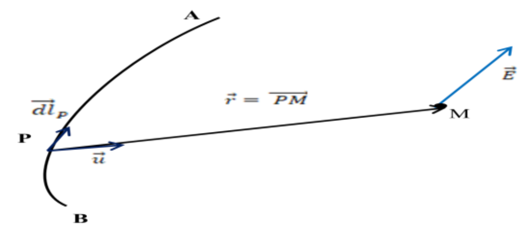


*Figure **II.4.**Champ électrique créé par une distribution linéique de charges électriques*

2 Champ électrique créé par une distribution surfacique de charges électriques :

$$\vec{\mathbf{E}}(\mathbf{M}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi\varepsilon_0}} \iint_{(S)} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{P}) \frac{\vec{\mathbf{r}}}{\mathbf{r^3}}\ \mathbf{dS_p} \qquad \textbf{(II.6)}$$

$\mathbf{dq = \boldsymbol{\sigma}(P)\,dS_p}$ est la densité surfacique locale de charge électrique$\sigma(P)$,à partir de la charge dq portée par un élément dS_P

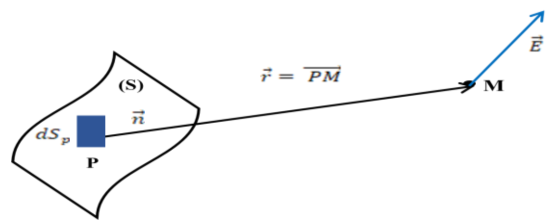


*Figure **II.5**. Champ électrique créé par une distribution surfacique de charges électriques*

II.1.A.5.3 Champ électrique créé par une distribution volumique de charges électriques:

$$\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{M}) = \iiint_{(\tau)} \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0} \rho(\mathrm{P}) \frac{\vec{\mathrm{r}}}{\mathrm{r}^3}\ \mathrm{d}\tau_\mathrm{p} \qquad \textbf{(II.7)}$$

Où ρ est la densité volumique de charge électrique. Et $dq = \rho(P)\,d\tau_p$

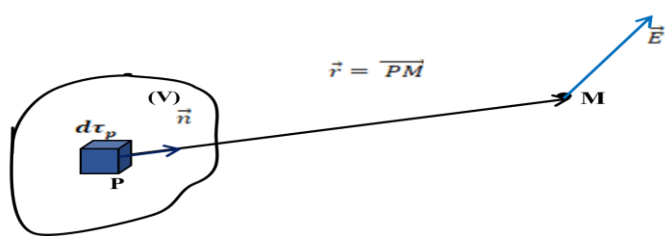


*Figure **II.6**. Champ électrique créé par une distribution volumique de charges électriques.*

II.1.A.6. Propriétés du champ électrostatique :

II.1.A.6.1 Le potentiel électrostatique :

Le Champ électrique créé par une distribution surfacique de charges électriques est donné par

$$\vec{\mathrm{E}}(\mathrm{M}) = \iint_{(S)} \frac{\sigma(\mathrm{P})}{4\,\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{\mathrm{r}}}{\mathrm{r}^3}\ \mathrm{dS_p} \qquad \textbf{(II.8)}$$

Le rotationnel du champ électrique $\vec{E}(M)$ donné par $\vec{\nabla} \times \vec{\mathrm{E}}(\mathrm{M}) = \iint_{(S)} \frac{\sigma(\mathrm{P})}{4\,\pi\varepsilon_0} \vec{\nabla} \times \left[\frac{\vec{\mathrm{r}}}{\mathrm{r}^3}\right]\ \mathrm{dS_p}$ **(II.9)**

Et : $\vec{\nabla}\,X\left[\frac{\vec{r}}{r^3}\right]=\vec{0}$ Résultat fondamental : $\vec{\nabla}\,X\,\vec{E}=\vec{0}$ **(II.10)**

Le potentiel électrostatique V est : $\vec{E}=-\vec{\nabla}\,V$ .on peut t montrer que : $dV=-\vec{E}\,.\,\vec{dl}$ **(II.11)**

En électrostatique, la circulation du champ électrique le long de toute courbe fermé est nulle (circulation conservative), c'est-à-dire qu'il satisfait la relation intégrale suivante: $\oint_{(l)}\vec{E}\,.\,\vec{dl}=0$ **(II.12)**

Le principe de superposition peut être généralisé au calcul du potentiel électrostatique :

Le potentiel électrostatique créé par une :

1-Charge ponctuelle est: $V(\vec{r})=\frac{q}{4\,\pi\varepsilon_0 r}$ **(II.15)**

2- Distribution discrète de charges(plusieurs charges) $V(M)=\sum_i V_{q_i}=\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\sum_i\frac{q_i}{r_i}$ **(II.13)**

3- Distribution linéique de charges de densité λ sur un longueur (l) : $V(M)=\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\int_{(l)}\frac{\lambda(P)}{r}\,dl_p$ **(II.14)**

4- Distribution surfacique de charges de densité σsur une surface (S) : $V(M)=\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iint_{(S)}\frac{\sigma(P)}{r}\,dS_p$ **(II.15)**

5-Distribution volumique de charges de densité ρ répartie dans un volume(τ): $V(M)=\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iiint_{(\tau)}\frac{\rho(P)}{r}\,d\tau_p$

Le cas général : $V(M)=\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0 r_i}\sum_i\frac{q_i}{r_i}+\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\int_{(l)}\frac{\lambda(P)}{r}\,dl_p+\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iint_{(S)}\frac{\sigma(P)}{r}\,dS_p+\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iiint_{(\tau)}\frac{\rho(P)}{r}\,d\tau_p$ **(II.16)**

II.1.A.6.2. Topographie d'un champ électrique :

1-: Lignes de champ : On appelle ligne de champ de vecteur quelconque (est parfois appelées lignes de force) toute courbe C définie dans l'espace telle que, en chacun de ses points le vecteur y soit tangent

Soit A un point d'une ligne de champ et $\vec{dl}$ le vecteur déplacement élémentaire sur une ligne de champ

Le fait que le champ $\vec{E}$ soit en tout point de C parallèle à $\vec{dl}$ s'écrit: $\vec{E}\wedge\vec{dl}=\vec{0}$ **(II.17)**

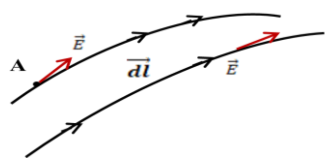


Figure **II.7.**Lignes de champ

Exemple des lignes de champ générées par une seule charge ponctuelle: Dans le cas d'une charge ponctuelle, les lignes du champ crée par cette charge sont des demi-droites qui se coupent au point ou se trouve la charge.

Remarque : Les lignes de champ s'éloignent des sources chargées positivement $q>0$ (figure **II.8.a**) et se dirigent vers les sources chargées négativement $q<0$ (figure **II.8.b**).

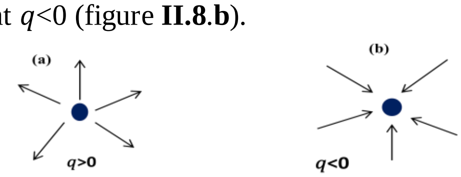


*Figure **II.8**.Lignes de champ pour les deux types de charges séparées.*

2- Tube de champ : est la surface formée par l'ensemble des lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé .

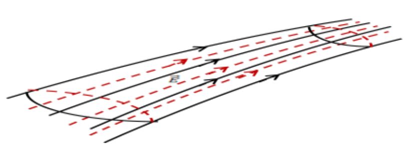


*Figure **II-9** Tube de champ*

3- Surfaces équipotentielles : Est la région ou la valeur du potentiel électrique est la même en tout point, c'est-à-dire sont des surfaces d'équation V = cste, Comme $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$, donc le champ électrostatique $\vec{E}$ est normal aux surfaces équipotentielles et dirigé vers les potentiels décroissants

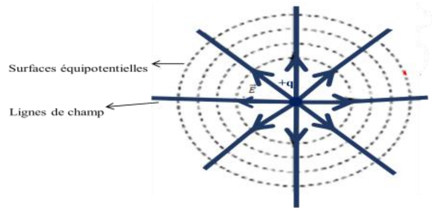


*Figure **II- 10**. Surfaces équipotentielles*

II.1.A.6.3 Le Théorème de Gauss: (la Première loi de l'électrostatique)

« **le flux ϕ d'un champ électrique à traverse une surface fermé est égale à la somme algébrique des charges se trouvant à l'intérieur du volume limité par cette surface, divisé par la permittivité ε_0**»

.Alors : $\boldsymbol{\phi = \oiint_{(S)} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i Q_i = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_\tau \rho d\tau}$ **(II.18)**

On peut utiliser le Théorème de la divergence pour exprimer le Théorème de Gauss. On a pour le flux ϕ sortant à travers une surface fermée S, du champ électrique $\vec{E}$ **:** $\boldsymbol{\phi = \iiint_\tau div\vec{E}.d\tau}$ **(II.19)**

Ou τ est le volume délimité par la surface (S). D'autre part (Théorème de Gauss) $\boldsymbol{\phi = \iiint_\tau \frac{1}{\varepsilon_0}\rho d\tau}$ **(II.20)**

A partir des deux équations précédentes on peut établir que: $\boldsymbol{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ **(II.21)**

Avec: $\boldsymbol{\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V}$. Donc **div $\vec{E}$= - div ($\overrightarrow{grad}$ V)** **(II.22)**

D'après le chapitre (I) et par définition laplacien scalaire de la fonction scalaire V(x,y,z) est la quantité scalaire $\Delta V = \left(\text{div}\,\overrightarrow{\text{grad}}\,V\right)$; on aboutit à **l'équation de poisson : $\boldsymbol{\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0}$** **(II.23)**

En absence de charges électriques (ou d'un le cas d'un flux conservatif), on a $\rho = 0$, la divergence est nulle $\boldsymbol{div\vec{E} = 0}$ et aussi le laplacien du potentiel est nul**.** $\boldsymbol{\Delta V = 0}$ « **Équation de Laplace** »

II.1.A.6.4. ***En résumé :***

	Distribution linéique	**Distribution surfacique**	**Distribution volumique**
Densité	$dq = \lambda(P)\,dl_p$	$dq = \sigma(P)\,dS_p$	$dq = \rho(P)\,d\tau_p$
Champ électrique	$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\int_{(l)} \lambda(P)\frac{\vec{r}}{r^3}\,dl_p$	$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iint_{(S)} \sigma(P)\frac{\vec{r}}{r^3}\,dS_p$	$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iiint_{(\tau)} \rho(P)\frac{\vec{r}}{r^3}\,d\tau_p$
Potentiel	$V(M) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\int_{(l)} \frac{\lambda(P)}{r}\,dl_p$	$V(M) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iint_{(S)} \frac{\sigma(P)}{r}\,dS_p$	$V(M) = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\iiint_{(\tau)} \frac{\rho(P)}{r}\,d\tau_p$

Tableau **II.1**. Deux équations de champ et de potentiel dans le cas des distributions linéiques, surfaciques et volumiques

	Théorème de gauss pour le champ $\vec{E}$	**Le champ magnétique est à flux conservatif**
Forme locale	$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$
Forme intégrale	$\oiint_{(S)} \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_\tau \rho d\tau$	$\oint_{(l)} \vec{E}\,.\,\vec{dl} = 0$

Tableau **II.2.**Deux équations fondamentales de l'électrostatique dans le vide

II.1.B- Rappels et compléments sur l'électrocinétique

II-1.B.1.Définition :

L'électrocinétique est la branche de l'électromagnétisme qui étudie les courants électriques c'est-à-dire l'étude du déplacement des charges électriques dans les circuits conducteurs fonctionnement en régime permanent. Cette bronche étude le mouvement d'ensemble des porteurs de charges dans un circuit électrique assez simple composé de sources, condensateur, résistance….etc. . En présence d'un champ électrique $\boldsymbol{E}$, les charges électriques sont soumises des forces électriques données :$\vec{F} = q.\vec{E}$

II.1.B.2.Vecteur densité de courant et l'intensité de courant: Le courant électrique est défini par le déplacement collectif des porteurs de charges dans une vitesse organisée

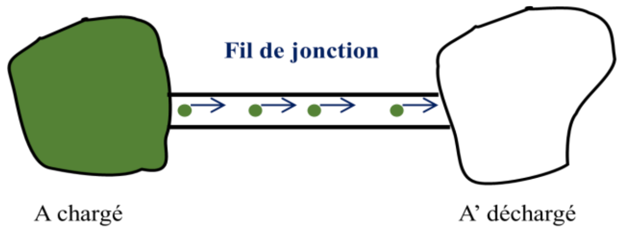


*Figure **II.11.C**irculation du courant de A vers A'*

Le vecteur densité de courant $\vec{j}$, est le vecteur tangent à la ligne de courant: $\vec{\boldsymbol{j}} = \boldsymbol{\rho_m}\,\overrightarrow{\boldsymbol{v_m}}$ **(II.24)**

Avec ρ_m et $\vec{v}_m$ sont la densité volumique des charges mobiles et la vitesse moyennent de déplacement de ces charges respectivement.

La charge qui traverse par unité de temps est présentée par le module de vecteur densité de courant $\vec{j}$; l'unité de surface perpendiculaire à la direction de déplacement des charges mobiles.

L'unité de la densité de courant : ampère par mètre carré **($\mathrm{Am^{-2}}$).**

Le courant I traversant une surface **(S)** quelconque est le flux de $\vec{j}$ à travers cette surface. $\mathbf{I} = \iint_{\mathbf{S}} \vec{\mathbf{j}}\ .\vec{\mathbf{n}}.\mathbf{d}\vec{\mathbf{S}}$

Lorsque le vecteur densité de courant $\vec{\boldsymbol{j}}$ est indépendant du temps, c'est-à-dire le régime stationnaire, le flux de $\vec{j}$est conservatif ce qui conduit aux relations intégrale et locale **:** $\oiint_{(S)} \vec{\boldsymbol{J}}.\vec{\boldsymbol{n}}.\boldsymbol{d}\vec{\boldsymbol{S}} = 0$ Avec : $\vec{\boldsymbol{\nabla}}.\vec{\boldsymbol{j}}=\mathbf{0}$

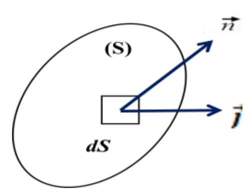


*Figure **II.24**. Vecteur densité de courant*

II.1.B.3.Densité surfacique du courant ($\vec{\mathrm{j}}_S$) : Est la densité d'un courant qui est sur une surface.

On dit qu'un courant admet une densité surfacique $\vec{\boldsymbol{J_S}}$ de courant sur une surface S si l'épaisseur $\Delta_{\boldsymbol{e}}$ de la couche où circulent les charges mobiles de densité volumique $\rho_m$est très inférieure aux dimensions latérales de la surface S. La densité de courant surfacique est donnée par : $\vec{\mathrm{j}}_S = \int_0^{\Delta_e} \vec{\mathrm{j}}\ \mathrm{d}e$ **(II.25)**

Avec de est l'élément de l'épaisseur. Dont le module de $\vec{J_S}$ s'exprime en ampères par mètre (A $\mathrm{m^{-1}}$).

Ainsi le courant électrique qui parcourt une surface ***S*** est égal au flux du vecteur densité surfacique de courant à travers une ligne. L'intensité passant à travers une ligne [AA'] contenue dans la surface *S* est donné par la formule suivante : $\mathrm{I}_{\mathrm{S}} = \int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{A'}} \vec{\mathrm{j}}_{\mathrm{S}}\ \vec{\mathrm{n}}\ \mathrm{dl}$ **(II.26)**

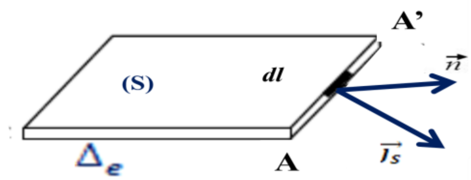


*Figure **II.25** .Densité surfacique du courant*

II.1.B.4.Loi d'Ohm :

II.1.B.4.1.Loi d'Ohm macroscopique : Est utilisée pour déterminer la relation entre l'intensité(I) (Ampère (A)) , la tension (*U)(* Volt (V)), et la résistance *R(* ohms(Ω)).dans un circuit électrique. La loi d'Ohm est représentée par l'équation suivante: $\boldsymbol{R = \frac{U}{I}}$ **(II.27)**

II.1.B.4.2. Loi d'Ohm microscopique (ou locale) :

Sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}$, les charges du condensateur se mettent en mouvement et la densité de courant $\vec{J}$ a pour valeur : $\boldsymbol{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$ **(II.28)**

σ: est **la conductivité électrique** du matériau conducteur (Siemens $(S.m^{-1})$) (Ou $\Omega^{-1}.m^{-1}$).

Cette expression est générale, elle constitue la forme locale de la loi d'Ohm, en tout point du matériau : ***dans un condensateur ohmique, les vecteurs densité $\vec{J}$ de courant et champ électrique $\vec{E}$ sont proportionnels***

Si $\mathbf{V_A - V_{A'}}$ désignent les potentiels entre deux points A et A' distant de *L* dans le conducteur, la norme du champ électrique est égale aussi à: $V_A - V_{A'} = \int E\ dl$ **(II.29)**

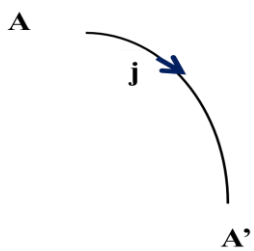


*Figure **II.26** Circuit filiforme AA' parcouru par un courant j*

Résistivité électrique : L'inverse de la conductivité s'appelle **résistivité électrique** du conducteur noté souvent ρ **:** $\boldsymbol{\rho = \frac{1}{\sigma}}$ Son unité est l'ohm .mètre $(\boldsymbol{\Omega.m})$.

II.1.C-Rappel et compléments sur la magnétostatique:

II.1.C.1.Définition : La **magnétostatique** est l'étude des phénomènes magnétiques où le champ est indépendant du temps, c'est-à-dire champ magnétique est statique. Ce champ est produit par les courants électriques et par la matière aimantée.

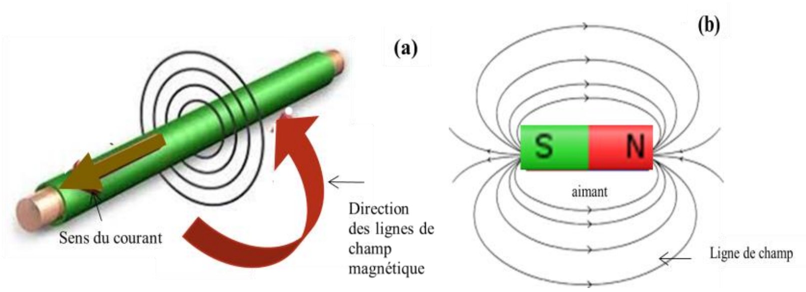


*Figure **II.27** Champ magnétique créé par un courant électrique (a) et Champ magnétique créé par un aimant(b)*

II.1.C.2.Force de Lorentz : On considère une charge ponctuelle q (en Coulomb (C)) de vitesse $\vec{v}$. (mètre sur seconde m/s) en mouvement, plongée dans un champ électrique $\vec{E}$ (Volts sur mètre (V/m)). et dans un champ magnétique $\vec{B}$ (se mesure en Tesla (T)). , sera soumise alors une force magnétique $\vec{F_m}$,en plus de la force électrique $\vec{F_e}$. La force électrique $\vec{F_e}$ est donnée par : $\vec{\mathbf{F_e}} = \mathbf{q}\vec{\mathbf{E}}$. La force magnétique $\vec{F_m}$ est décrite par : $\vec{F_m} = q\vec{v} \times \vec{B}$ La force résultante agissant sur la particule chargée est appelée **force de Lorentz**; elle s'écrit : $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F_e}} + \vec{\mathbf{F_m}} = \mathbf{q}[\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}]$ **(II.30)**

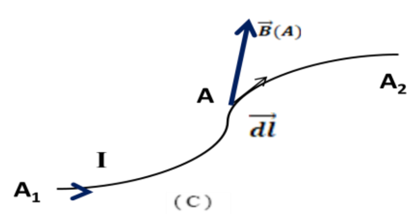
II.1.C.3. Le champ magnétique :

a-Circulation d'un champ magnétique : Considérons un parcours (courbe) quelconque C limitée par deux points A_1 et A_2. La circulation de $\vec{B}$ sur C est définie par : $\mathbf{C} = \int_{\mathbf{A_1}}^{\mathbf{A_2}} \vec{\mathbf{B}}\,\vec{\mathbf{dl}}$ **(II.31)**

Si la courbe C est fermée $A_1 \equiv A_2$, ceci implique que : $\mathbf{C} = \oint_{\mathbf{C}} \vec{\mathbf{B}}\,\vec{\mathbf{dl}}$ **(II.32)**

Ce théorème est l'équivalent du théorème de Gauss en électrostatique. Permet de déterminer le module de $\vec{B}$ lorsqu'on en connait la direction et le sens. Le théorème d'ampère s'exprime sous la forme **:** $\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{dl}} = \mu_0 \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{I_i}$ **.** avec μ_0 est la perméabilité magnétique du vide. $\boldsymbol{\mu_0} = \mathbf{4\pi \times 10^{-7}\ Hm^{-1}}$

b-Enoncé de la règle d'Ampère: La circulation de $\vec{B}$ le long d'une courbe Γ fermée et orientée, appelée contour d'Ampère, est égale à μ_0 fois la somme algébrique des courants engendrés par la surface délimitée par Γ.



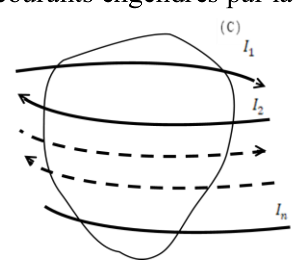


*Figure **II.28** .Circulation d'un champ magnétique* *Figure **II.39**.courants à travers une courbe fermée (C)*

c. Application du théorème d'Ampère :

Le champ magnétique $\vec{B}$ créé par un courant I est donné par le théorème d'Ampère :

Considérons la ligne de champ comme un cercle de rayon r entourant un fil Pour raison de symétrie, le champ $\vec{B}$ a la même en tout point de ce cercle et en est tangent

Donc d'après le théorème d'Ampère: $\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{dl}} = \mu_0 \, \mathbf{I}$ **(II.33)**

Où Γ est une courbe fermée quelconque traversée par le courant électrique *I*.

$\oint_c \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint_c B . dl$ $\quad \vec{B}$ *et* $\vec{dl}$ sont colinéaires **(II.34)**

$\oint_c \vec{B} \cdot \vec{dl} = B(r) \oint_c dl$ B est constant sur Γ .donc $\oint_c \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi r B(r) = \mu_0 I$ .Alors : $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

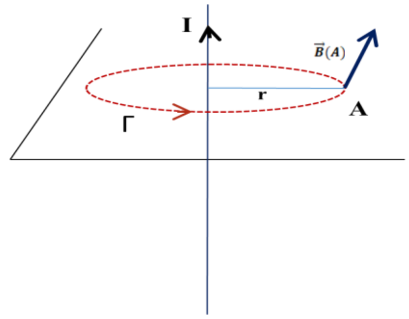


*Figure **II.30**. Champ magnétique $\vec{B}$ créé par un courant I*

Si le courant *I* correspond à une distribution de charges électriques mobiles définissant un vecteur densité de courant $\vec{J}$, alors le courant *I* encerclé par la boucle fermée Γ est le flux de $\vec{J}$ à travers une surface quelconque délimitée par *Γ* : $\mathbf{I} = \iint_S \vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{dS}}$. **(II.35)**

Le théorème d'ampère prend la forme : $\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{dl}} = \mu_0 \iint_S \vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{dS}}$ .En utilisant le théorème de Stokes: $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \iint \vec{\nabla} \times \vec{B} . \vec{dS}$ .On trouve: $\iint \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} . \vec{\mathbf{dS}} = \mu_0 \iint_S \vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{dS}}$ **(II.36)**

Cette égalité étant vraie quelle que soit la surface *S*, on obtient la forme locale du théorème d'Ampère qui s'écrit **:** $\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \vec{\mathbf{j}}$ **(II.37)**

d- Flux conservatif du champ magnétique$\phi^{\,m}$: Le flux magnétique (étant en webers(Wb= Tm^2)).à travers une surface fermée quelconque S est nul $\phi^{\,m} = 0$, Le champ magnétique est dit à **flux conservatif**. Donc :$\oiint_{(S)} \vec{\mathbf{B}} . \vec{\mathbf{dS}} = 0$ et d'après le théorème de Gauss- Ostrogradski on trouve l'équation du flux magnétique :$\phi^{\,m} = \vec{\nabla} . \vec{\mathbf{B}} = 0$ **(II.38)**

II.1.C.4.Le vecteur excitation magnétique$\vec{H}$: Dans l'air ou dans le vide: l'excitation et magnétique l'induction sont colinéaires et la relation entre eux est très simple: $\vec{\mathbf{H}} = \frac{\vec{\mathbf{B}}}{\mu}$ Au sein d'un matériau magnétique; il en est de même. Mais on fait intervenir la perméabilité relative du matériau μ_r : $\vec{\mathbf{H}} = \frac{\vec{\mathbf{B}}}{\mu_0 \, \mu_r}$

H : excitation magnétique en Ampère par mètre ($A.M^{-1}$) et $\boldsymbol{\mu}$: Perméabilité absolue du milieu.

L'équation d'ampère: $\iint \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{H}} . \vec{\mathbf{dS}} = \iint_S \vec{\mathbf{j}} \cdot \vec{\mathbf{dS}}$. Et la forme locale : $\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{J}}$ **(II.39)**

II.1.C.5. Potentiel vecteur $\vec{A}$:

Jauge de Coulomb : En électrostatique on a vu que : $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mathbf{0}$ et $div(\overrightarrow{rot}) = \mathbf{0}$.On appelle $\vec{A}$ le «potentiel vecteur» même s'il n'a pas les propriétés d'un potentiel. $\vec{\mathbf{B}} = \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{A}}$ .Ce potentiel vecteur n'est pas défini de manière unique.En effet considérons un autre champ vectoriel $\vec{A}'$ tel que **:**$\vec{\mathbf{A}}' = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\nabla}\boldsymbol{\varphi}$

Calculons le champ magnétostatique $\vec{B}'$associé à $\vec{A}'$: $\vec{B}' = \vec{\nabla} \times (\vec{A}') = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}\varphi) = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$

Car le rotationnel du gradient d'un champ vectoriel est égal à zéro.Donc on voit que les deux potentiels vecteurs $\vec{A}$ **et** $\vec{A'} = \vec{A} + \overrightarrow{\nabla\varphi}$ qui ne diffèrent que par $\overrightarrow{\nabla\varphi}$conduisent au même champ magnétostatique $\vec{B}$. On peut dire que le potentiel vecteur est défini à un gradient près. Pour définir $\vec{A}$de manière unique, il faut imposer une condition supplémentaire à $\vec{A}$. (***condition de jauge).***

En magnétostatique la condition de *jauge de Coulomb* la plus utilisée est : $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$ **(II.40)**

Équation de Poisson pour $\vec{A}$:

On a trouvé dans le théorème d'Ampère : $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ **(II.41)**

En remplace $\vec{B}$ par $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ dans la relation précédente . Alors **:** $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$ **(II.42)**

Donc, on peut écrire: $\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{A}\right) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$ **(II.43)**

Et en tenant compte de la jauge de Coulomb $\vec{\nabla}\cdot.\vec{A} = 0$, on obtient: $-\nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J}$ **(II.44)**

Ce résultat constitue **l'équation de Poisson** pour le potentiel vecteur : $\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$ **(II.45)**

En absence de courants, nous obtenons **l'équation de Laplace** pour $\vec{A}$: $\nabla^2 \vec{A} = \vec{0}$ **(II.46)**

II.1.C.6. La loi de Biot-Savart (J. Baliste Biot 1774-1862/Félix Savard 1791-1841) : Cette loi donne l'expression de l'induction magnétique en un point de l'espace, crée par un conducteur, quelque soit la forme est traversé par un courant électrique. Le champ magnétique $\vec{B}$ créé en un point M par un courant filiforme d'intensité I circulant le long d'une ligne Γ est la somme des champs magnétiques élémentaires $d\vec{B}$ créés par chaque élément de longueur $d\vec{l}$ de Γ et centré sur P: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{(l)} \frac{\vec{J}(P)\times\vec{u}}{\|\vec{r}\|^2}\, dl_p$ Où $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$

La **loi de Biot-Savart** pour le potentiel vecteur $A(M) = \int_{(l)} \frac{\mu_0\, j(P)}{4\pi\|\overrightarrow{PM}\|}\, dl_p$ **(II.47)**

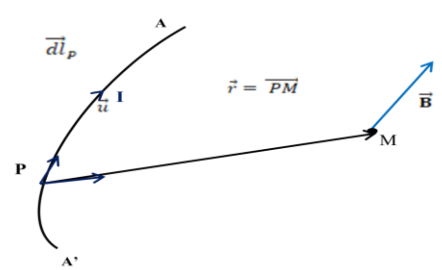


Figure **II.31** .Champ magnétique élémentaire créé par un courant électrique élémentaire.

II.1.C.7. En résumé :

	Distribution linéique	Distribution surfacique	Distribution volumique
Champ magnétique $\vec{B}$	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{(l)} \frac{\vec{j}(P)\times\vec{u}}{\|\vec{r}\|^2}\, dl_p$	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_{(S)} \frac{\vec{j}(P)\times\vec{u}}{\|\vec{r}\|^2}\, dS_p$	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint_{(\tau)} \frac{\vec{j}(P)\times\vec{u}}{\|\vec{r}\|^2}\, d\tau_p$

*Tableau **II.3**. La de Biot-Savart pour le champ magnétique $\vec{B}$*

	Théorème d'Ampère	Equation du flux magnétique
Forme locale	$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$	$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$
Forme intégrale	$\oint_{\Gamma} \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \iint_{(S)} \vec{J}.\vec{dS}$	$\oiint_{(S)} \vec{B}.\vec{dS} = 0$

*Tableau **II.4**. Deux équations fondamentales de la magnétostatique dans le vide*