Partie 2. Le régime variable

II-2.1. Introduction :

Le régime variable est caractérisé par des phénomènes particuliers liés à la dépendance des champs en fonction du temps qui sont: Le phénomène de la capacité, la propagation et le phénomène d'induction.

II-2.2. Définition de L'induction électromagnétique :

Ce phénomène conduisant à l'apparition d'une force électromotrice dans un conducteur électrique soumis à un flux de champ magnétique variable.

II-2.3. Loi de Faraday :

La force électromotrice d'induction f.e.m.(induite) e dans un circuit fermé (C) placé dans un champ magnétique est proportionnelle à la variation au cours du temps d*t* du flux du champ magnétique qui entre dans le circuit: $\boldsymbol{e} = -\frac{d\phi}{dt}$ .Où Φ est le flux du champ magnétique à travers le circuit.

II.2.4. Équation de Maxwell-Faraday :

La variation dans le temps du flux Φ du champs magnétique à travers un circuit fermé (C) entraine l'apparition d'une *force électromotrice d'induction (f.e.m) :* $\mathbf{e} = \oint_{(C)} \vec{\mathbf{E}}\,\vec{\mathbf{dl}} = -\frac{\mathbf{d}\phi}{\mathbf{dt}}$ **(II.48)**

Le flux Φ de champs $\vec{B}$ à travers le circuit (C) est par définition égal à $\boldsymbol{\phi} = \iint_{(S)} \vec{\mathbf{B}}\,.\,\vec{\mathbf{dS}}$ **(II.49)**

Où (*S*) est une surface orientée s'appuyant sur le contour orienté (C). Alors : $\oint_{(C)} \vec{\mathbf{E}}\,\vec{\mathbf{dl}} = -\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}} \iint_{(S)} \vec{\mathbf{B}}\,.\,\vec{\mathbf{dS}}$

On a: $\oint_{(C)} \vec{\mathbf{E}}\,\vec{\mathbf{dl}} = -\iint \frac{\partial(\vec{\mathbf{B}}\,.\vec{\mathbf{dS}})}{\partial \mathbf{t}} = -\iint_{(S)} \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial \mathbf{t}}\,.\,\vec{\mathbf{dS}}$ **(II.50)**

Car le circuit (C) étant immobile, la surface (*S*) l'est aussi et $\vec{dS}$ est indépendant du temps.

D'après le théorème de Stokes nous pouvons écrire **:** $\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = -\iint_{(S)} \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}}.\vec{\mathbf{dS}} = -\iint_{(S)} \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial \mathbf{t}}\,.\,\vec{\mathbf{dS}}$

Donc la forme locale de la relation **Maxwell-Faraday** est**:** $\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial \mathbf{t}}$ **(II.51)**

D'après l'étude du phénomène d'induction électromagnétique, on peut conclure que : En chaque point de l'espace où existe un champ magnétique variable nous devons associer un champ électrique induit variable à circulation non conservative (ne dérivant pas d'un potentiel). L'ensemble de ces deux champs ($\vec{E}$, $\vec{B}$) constitue le champ électromagnétique.

II.2.5. Le théorème de Maxwell-Ampère :

II.2.5.1 Le phénomène de capacité :

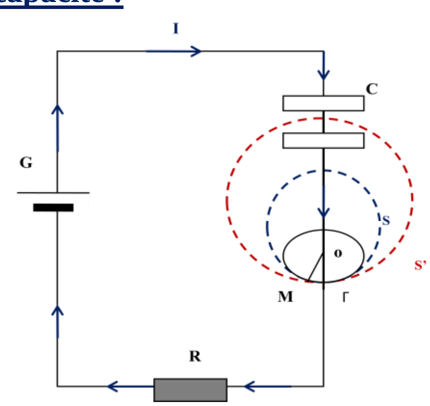

*Figure **II.32.**Circuit électrique*

Lorsqu'on relie le condensateur $\boldsymbol{C}$ à la source $\boldsymbol{G}$, il circule pendant un temps très court un courant variable I(t). On applique le théorème d'Ampère pour calculer le champ magnétique $\vec{\boldsymbol{B}}$ en $\boldsymbol{M}$,crée par ce courant variable I(t).

-L'intégrale curviligne de $\vec{\boldsymbol{B}}$sur une boucle fermée Γ de rayon OM = r égale : $\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{dl}} = \boldsymbol{\mu_0} \mathbf{I}$ **(II.52)**

-En appliquant le théorème d'Ampère sous sa forme intégrale sur deux surfaces différentes S et S' s'appuyant sur le contour Γ :

–Le courant total traversant surface *S* est bien égal au courant *I* et on trouve : $\boldsymbol{B} = \frac{\boldsymbol{\mu_0 I}}{\boldsymbol{2\pi r}}$ **(II.53)**

–La surface *S'* n'est traversée par aucun courant par ce que les charges électriques ne se déplacent pas entre les plaques du condensateur. On trouve alors: $\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}}.\vec{\mathbf{dl}} = \mathbf{0}$ **(II.54)**

Donc $\vec{B} = \vec{0}$. Ce résultat est en contradiction avec le résultat obtenu avec la surface S. il faut modifier le théorème d'Ampère pour laver cette confusion.

Pendant la charge du condensateur il y a un champ électrique variable est égal à :$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$ **(II.55)**

Avec $\boldsymbol{\sigma}$ est la densité superficielle de charges électriques sur les plaques du condensateur.

$q = \sigma\sum$. Est la charge totale portée par une armature du condensateur de surface $\sum$.

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{dq}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{I} = \frac{\mathrm{d}(\sigma\sum)}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{d}(\varepsilon_0 \mathrm{E})}{\mathrm{dt}}\sum = \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d(E)}}{\mathrm{dt}}\sum = \frac{\mathrm{dD}}{\mathrm{dt}}\sum \qquad \textbf{(II.56)}$$

Avec $D = \varepsilon_0 E$ est le vecteur excitation électrique entre les armatures du condensateur.

Le courant de déplacement $\boldsymbol{I_D}$ est un terme introduit par Maxwell pour étendre aux régimes variables dans le temps le théorème d'Ampère valide en magnétostatique.

Le courant de déplacement I_D entre les armatures du condensateur, est lié au champ électrique variable entre les armatures du condensateur. Mais il est correspond pas à un mouvement de charges électriques.

II.2.5.2 Le vecteur densité de courant de déplacement :

Le courant total $\mathrm{I_T}$ est donné par la relation $\mathrm{I_T} = I + \mathrm{I_D}$ **(II.57)**

Où $\boldsymbol{I}$ et I_D sont le courant lié au mouvement des charges électriques et le courant de déplacement qui correspond à un champ électrique variable respectivement.

Ces courants on associe respectivement par vecteur densité de courant lié au mouvement des charges électriques $\vec{J}$ et le vecteur densité de courant de déplacement $\vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{D}}$. Avec: $\vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{D}} = \frac{\partial \vec{\boldsymbol{D}}}{\partial \boldsymbol{t}} = \boldsymbol{\varepsilon_0} \frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial \boldsymbol{t}}$ **(II.58)**

Et $\vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{T}}$ est e vecteur densité de courant total il s'écrit : $\vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{T}} = \vec{\boldsymbol{J}} + \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{D}}$ **(II.59)**

II.2.5.3 Le théorème de Maxwell-Ampère :peut être généralisé à condition de l'appliquer au courant total. On obtient finalement l'équation **Maxwell-Ampère:** $\vec{\boldsymbol{\nabla}} \times \vec{\mathbf{B}} = \boldsymbol{\mu_0} \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{T}} = \boldsymbol{\mu_0} \vec{\boldsymbol{J}} + \boldsymbol{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial \boldsymbol{t}}$ **(II.60)**

Alors **:** $\vec{\boldsymbol{\nabla}} \times \vec{\mathbf{B}} = \boldsymbol{\mu_0} \vec{\boldsymbol{J}} + \boldsymbol{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial \boldsymbol{t}}$ **(II.61)**

La forme intégrale du théorème d'Ampère généralisé **:** $\oint_{\Gamma} \vec{\boldsymbol{B}}.\vec{\boldsymbol{dl}} = \iint_{(\mathrm{S})} \boldsymbol{\mu_0} \vec{\boldsymbol{J}}_{\boldsymbol{T}}.\vec{\mathbf{dS}} = \iint_{(\mathrm{S})} (\boldsymbol{\mu_0} \vec{\boldsymbol{J}} + \boldsymbol{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial \boldsymbol{t}})\, \vec{\mathbf{dS}}$

Alors : $\oint_{\Gamma} \vec{B}.\vec{dl} = \iint_{(\mathrm{S})} (\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})\, \vec{\mathrm{dS}}$ **(II.62)**

On trouve le résultat fondamental : *Un champ électrique variable crée un champ magnétique.*

II.2.6. Hypothèse de Maxwell :

Selon les hypothèses de Maxwell les théorèmes de Gauss pour le champ électrique et le champ magnétique du régime statique sont encore valables pour les régimes variables.

Nous avons remarqué aussi que l'étude du régime variable nous a amenés à modifier les deux autres équations caractéristiques des régimes statiques.

Régime statique	**Régime variable**
Théorème de Gauss $\vec{\nabla}.\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	
Théorème de Gauss $\vec{\nabla}.\vec{B}=0$	
$\vec{\nabla}\times\vec{E}=\vec{0}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}$	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

*Tableau **II.5**. Équations de Maxwell en régime statique et en régime variable dans le vide*

II.2.7.En résumé :

Equations	Forme locale	Forme intégrale
Maxwell –Gauss Ou Théorème de Gauss pour $\vec{E}$	$\vec{\nabla}.\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\oiint_{(S)}\vec{E}\,.\,\vec{dS}=\frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_{(\tau)}\rho\,d\tau$
Maxwell-flux magnétique ou Maxwell-Faraday	$\vec{\nabla}.\vec{B}=0$	$\oiint_{(S)}\vec{B}\,.\,\vec{dS}=0$
Maxwell-Faraday	$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\oint_{\Gamma}\vec{E}.\vec{dl}=-\frac{d}{dt}\iint_{(S)}\vec{B}\,.\,\vec{dS}$
Maxwell-Ampère	$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$	$\oint_{\Gamma}\vec{B}.\vec{dl}=\iint_{(S)}\mu_0(\vec{j}+\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})\,\vec{dS}$

*Tableau **II.6**. Équations de Maxwell locales et intégrales dans le vide*