المحور الخامس:- مردودية وخطر المحفظة المالية-

1- حالة محفظة مكونة من أصلين ماليين:

لنفترض وجود المحفظة **(P)**، المكونة من أصلين ماليين ولتكن نسب الاستثمار لهذين الأصلين هما X_1 وX_2 حيث أن $X_1+X_2 =1$، ومردوديتا الاصلين الماليين يرمز لهما بـ R_1 و R_2.

* كما يجب أن يعلم أن القيمة الموجبة لـ X_i (X_1أو X_2) تعبر عن وضعية شراء الأصل X_i وتسمى بوضعية الطول"**Position Longue**" و هي وضعية يشترى فيها الاصل نقدا.

* كما يجب أن يعلم أن القيمة السالبة لـ X_i (سواء أكان X_1أو X_2) تعبر عن وضعية تم فيها إقتراض الأصل i وتسمى بوضعية القصر"**Position à Découvret**"[i].

-كما أن التوزيع الاحتمالي للمحفظة يتبع القانون الطبيعي و هو محدد من خلال المعطيين التاليين:

أ- المردودية المنتظرة، وتعطى بالعلاقة التالية[ii]:

العلاقة s

$$R_P=X_1.R_1 + X_2.R_2$$

- حيث:

R_P: المردودية (المتوسط المرجح للمردوديات الخاصة بالأصول).

X_1: نسبة الأصل 1.

R_1: مردودية الأصل 1.

X_2: نسبة الأصل 2.

R_2: مردودية الأصل 2.

ب- الانحراف المعياري "δ"[iii]:

$$\delta p = \sqrt{VAR\ (P)}$$

- حيث:

δp: الانحراف المعياري.

VAR (P): التباين الخاص بالمحفظة.

$$\boxed{VAR = X^2_1.\ \delta^2_1 + X^2_2.\ \delta^2_2 + 2(X_1.X_2.\ \delta_1.\ \delta_2.\rho_{1.2})}$$

- ومنه:

M1

$$\boxed{\delta p = \sqrt{X^2 1.\ \delta^2 1 + X^2 2.\ \delta^2 2 + 2(X1.X2.\ \delta 1.\ \delta 2.\ \rho 1.2)}}$$

- ملاحظة: معامل الارتباط"ρ" الذي ظهر في المعادلة **M1** يعكس ارتباط كل من الاصلين 1 و 2 ببعضها البعض من حيث المردودية، ويمكن أن يأخذ القيم -1 أو 1 أو ما بينهما وفيما يلي سيتم تفصيل ذلك[iv].

مما سبق يمكن أن نضيف العلاقة التي تعطي خطر المحفظة δp من خلال استخدام الخطر المشترك للاصول $\delta_{1.2}$ بدل معامل الارتباط ($\rho 1.2$) في المعادلة M_1، حيث نجد:

العلاقة T

$$\boxed{\delta p = \sqrt{X^2 1.\ \delta^2 1 + X^2 2.\ \delta^2 2 + 2(X1.X2.\ \delta 1.\ \delta 2.\ \delta 1.2)}}$$

$$\boxed{\delta_{1.2} = cov_{1.2}}$$

$$\boxed{cov_{1.2} = \delta_1.\ \delta_2.\ \rho_{1.2}}$$

- إعتمادا على ما سبق سنتطرق للحالات الثلاثة الاستثنائية التي يكون عليها الأصلين في محفظة ما من حيث الارتباط (ارتباط موجب تام ($\rho 1.2 = 1$))، (ارتباط سالب تام ($\rho 1.2 = -1$))، (ارتباط غير تام (-1< $\rho 1.2$<+1))، ولكن قبل عرض الحالات الثلاثة سنتطرق إلى وضعية استثنائية رابعة هي أن أحد الأصلين ليس له خطر؛ ومن ثمة نصل إلى عرض المحفظة المكونة من N من الاصول وليس من أصلين فقط.

2- حالة محفظة مكونة من أصلين أحدهما من دون خطر[v](A):

هذه الحالة تعكس وجود أصلين أحدهما له خطر والثاني من دون خطر وليكن f، وبما أن f منعدم الخطر فإن ($\delta f = 0$) وليكن الأصل ذو الخطر (A) ونسبته في المحفظة هي X، وعليه نتحصل على العلاقة التالية، باستدعاء العلاقة (S).

$$\boxed{R_P=(1-}$$

$$R_P=(1-X).R_f+X.R_A= R_f - XR_f+ X.R_A$$

- مردودية المحفظة: ⇐ $\boxed{R_P=R_f + X.(R_A- R_f)}$

- أما خطر المحفظة فيعطى بالعلاقة التالية:

$$\delta p = \sqrt{(1-X)^2.\delta f^2 + X^2.\delta A^2 + 2((1-X).X.\delta f.\delta A.\rho \mathrm{RfA}}$$

وبما أن : $\delta f = 0$ نجد أن:

$$\Downarrow$$

- حيث: $\boxed{\delta p = X.\delta A}$

δp: يعبر عن خطر المحفظة التي تحتوي على أصلين أحدهما من دون خطر Rf.

*** مما سبق نتحصل على علاقة خطية بين المردودية الإجمالية وبين الخطر الخاص بالمحفظة وتترجم العلاقة الخطية بما يلي[vi]:**

$$\boxed{R_p = R_f + \frac{RA-Rf}{\delta A}\,.\,\delta p}$$

<u>- إضافة:</u> مؤشر "Sharpe" أو "Ratio de sharpe" :

إن ميل المنحنى الممثل للعلاقة بين الخطر والمردودية يأخذ القيمة ($\frac{RA-Rf}{\delta A}$) وهو يسمى بمؤشر Sharpe، ويعكس مقدار المردودية الاضافية المتحصل عليها مقابل زيادة وحدة واحدة من الخطر الاجمالي للمحفظة.

- إذن لدينا العلاقة:

$$\boxed{R_p = R_f + \frac{RA-Rf}{\delta A}\,.\,\delta p}$$

وبما أن: $\delta p = X.\delta A$

- نجد :

$$R_p = R_f + \frac{RA - Rf}{\cancel{\delta A}} .X.\cancel{\delta A}$$

$$\Downarrow$$

العلاقة E

$$R_p = R_f + RA - Rf \ .(X)$$

*<u>**خلاصة**</u> : مردودية المحفظة ما هي إلا مردودية الأصل من دون خطر مضافا إليها الفرق بين Rf و RA مضروبا في (X)، أي أن كل زيادة في مقدار الخطر بوحدة واحدة تزداد المردودية بمقدار مساوي للفارق بين مردودية الأصلين مضروبا في نسبة الأصل (Á).

المحور السادس:-الحالات الاستثنائية للمحافظ المالية

1- حالة محفظة مكونة من أصلين مرتبطين بشكل موجب تام $(\rho 1.2 = +1)$ (B)[vii]

في هذه الحالة يكون خطر المحفظة مكونا من المعدل المرجح لمخاطر الأصول المالية المكونة لها، ويعطى بالعلاقة التالية:

$$\boxed{\delta p = X1.\delta 1 + X2.\delta 2}$$

- حيث:

δp: خطر محفظة مكونة من أصلين ذوا خطر ومرتبطتين تماما بشكل موجب.

$X1$: نسبة الأصل الأول.

$\delta 1$: خطر الأصل الأول.

$X2$: نسبة الأصل الثاني.

$\delta 2$: خطر الأصل الثاني.

كما أن مردودية المحفظة تكون مكونة من المعدل المرجح لمردوديات الأصول المالية المكونة لها، وتعطى بالعلاقة التالية:

العلاقة T

$$\boxed{Rp = X_1.R_1 + X_2.R_2}$$

- حيث:

Rp: مردودية المحفظة.

X_1: نسبة الأصل 1.

R_1: مردودية الأصل 1.

X_2: نسبة الأصل 2.

R_2: مردودية الأصل 2.

مما سبق نتحصل على علاقة خطية بين المردودية وبين الخطر الخاص بالمحفظة وتترجم العلاقة الخطية بما يلي:

- ومنه فإن ميل العلاقة هو :

العلاقة Q

$$\boxed{R_p = R_1 + \frac{R2-R1}{\delta 2-\delta 1}.(\delta p - \delta 1)}$$

*** إضافة:** في حالة تكون المحفظة من أصلين ماليين مرتبطين بشكل موجب تام حيث ($\rho1.2 = +1$)، فإنه يمكن تشكيل المحفظة لتصبح في أدنى مستويات الخطر من خلال إعتماد النسب التالية لكل أصل مالي:

$$\boxed{X_1 = \frac{\delta2}{\delta2-\delta1}} \quad \text{و} \quad \boxed{X_2 = \frac{-\delta1}{\delta2-\delta1}}$$

مما سبق يمكن القول بأن التحصل على محفظة مكونة من الأصلين السابقين بحيث تكون المحفظة من دون خطر من خلال شراء الأصل ذو الخطر الأقل وبيع الأصل ذو الخطر المرتفع على المكشوف، فإذا كان السوق في حالة توازن فإن المردودية المنتظرة للمحفظة ستكون مساوية لمردودية الأصل من دون خطر، وإذا لم يكن السوق في حالة توازن لابد عندها من اجراء مفاضلة تفضي إلى قبول مردودية معينة عند مستوى خطر معين.

2- حالة محفظة مكونة من أصلين مرتبطين بشكل سالب تام ($\rho1.2 = -1$) (C)[viii]:

في هذه الحالة نلاحظ أن علاقة التباين VAR هي عبارة عن مربع تام ومنه فإن الخطر المصاحب للمحفظة يعطى من خلال احدى العلاقتين التاليتين:

- إما:

$$\left\{\begin{array}{l}\boxed{\delta p = -X1.\delta1 + X2.\delta2} \\ \boxed{\delta p = X1.\delta1 - X2.\delta2}\end{array}\right.$$

كلتا العلاقتان

صحيحتان

وعندها يمكن تشكيل محفظة من دون خطر من خلال إعتماد النسب التالية:

$$\boxed{X_1 = \frac{\delta2}{\delta1+\delta2}} \quad \text{و} \quad \boxed{X_2 = \frac{\delta1}{\delta1+\delta2}}$$

مما سبق نتحصل على علاقة خطية بين المردودية وبين الخطر الخاص بالمحفظة وذلك على مجالين مختلفين، وهذه العلاقة محددة بالمعادلتين التاليتين:

- **مردودية المحفظة على المجال الأول:**

$$\boxed{Rp = R_1 + \frac{R2-R1}{\delta1+\delta2}\,.\,(\delta p - \delta1) \quad \text{إذا كان} \quad X_1 > \frac{\delta2}{\delta1+\delta2}}$$

- **مردودية المحفظة على المجال الثاني:**

$$Rp = R_2 + \frac{R1-R2}{\delta1+\delta2} . (\delta p - \delta2) \text{ إذا كان } X_1 < \frac{\delta2}{\delta1+\delta2}$$

3- حالة محفظة مكونة من أصلين ضعيفي الارتباط (أو غير مرتبطين في بعض الأحيان) (D)[ix] $(-1<\rho 1.2<+1)$:

في هذه الحالة لا توجد علاقة خطية ثابتة بين مردودية المحفظة وبين خطرها، وهو ما يزيد عملية إختيار التشكلية المناسبة تعقيدا.

4- الحالة العامة ، "محفظة مكونة من N أصل مالي" (E) :

في هذه الحالة، تعطى مردودية المحفظة بالعلاقة التالية:

مجموع مردوديات الأصول مضروبة في نسب تكوينها للمحفظة ← $Rp= \sum_{i=1}^{N} Xi.Ri$

أو:

$$Rp= X_1.R_1 + X_2.R_2+..........+ X_n. R_n$$

بالنسبة لخطر المحفظة المكونة من "N" أصل مالي، فيعطى بالعلاقة التالية:

$$\delta p^2 = \sum_{i}^{N} Xi.\delta ip \Longrightarrow \delta p = \sqrt{\delta p^2}$$

و منه:

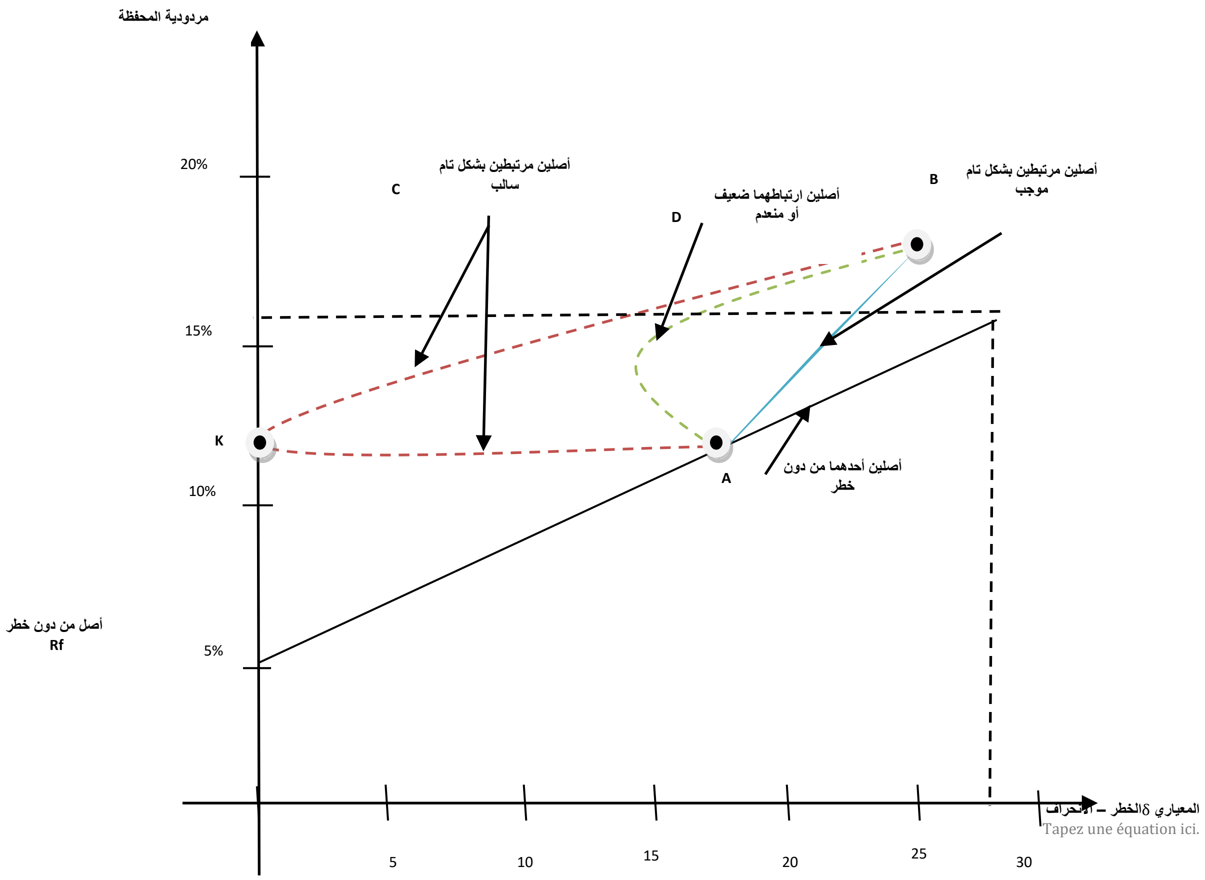
$$\delta p^2= \sum_{i=1}^{N}.\sum_{J=1}^{N}. Xi.Xj.\delta ij$$

أو:

$$\delta p^2= \sum_{i}^{n} Xi^2.\delta i^2 + \sum_{i} \sum_{J\neq i} Xi.Xj.\delta ij$$

و الشكل التالي يوضح علاقة المردودية الخاصة بمحفظة ما بالخطر المصاحب لها في الحالات الأربعة السابقة، (1،2،3،4).

الشكل رقم-18-: علاقة مردودية المحفظة بالخطر المصاحب لها في الحالات الاستثنائية[x].



<u>* ملاحظات:</u>

- نلاحظ أن قيم الأصل A و B تتراوح بين (A=100 , B=0)....(A=0, B =100) ومنه نجد أن المردودية ترتفع كلما مزجنا الأصل Aبـالأصل B إلى غاية B=100 وA =0 عندهاتكون المرودية قصوى والخطر أقصى R=17 (الحالة B).

- أما الحالة C فنجد أن زيادة نسبة B من 0 إلى 10% ثم إلى 20%.....الخ.. تجر الخطر نحو الأسفل و المردودية نحو الأعلى إلى غاية تحييد الخطر عند النقطةK، التي تقابلها النسب المبينة على الشكل (تقريبا تكون A=50%B=50%) ثم بعدها ترتفع قيمة B=60% وA=40%، ثم 70% .... فيبدأ الخطر في الارتفاع و ترتفع معه المردودية.

- بالنسبة للحالة D نلاحظ أنه لا يمكن تحييد الخطر بشكل مطلق و لكن هناك مستويات مختلفة للخطر و المردودية يجب المفاضلة بينها.