الإجابـــة النموذجية للاختبار وسلم التنقيط

الإجابة التفصيلية	العلامة
الجزء الأول: نموذج الانحدار الخطي البسيط يتطلب متغير مستقل واحد لتفسير المتغير التابع، بينما نموذج الانحدار الخطي المتعدد يتطلب أكثر من متغير مستقل (اثنان فأكثر) لتفسير المتغير التابع.	2
الجزء الثاني: **1. النموذج المناسب لهذه الدراسة هو:** نموذج الانحدار الخطي البسيط الانحدار: علاقة سببية؛ الخطي لأن المتغير التابع كمي؛ بسيط لأنه يوجد متغير مستقل واحد فقط **2. تقدير معلمات النموذج باستعمال القانون المختصر من طريقة المربعات الصغرى:**	1 2

i	X_i	Y_i	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_i - \bar{X}) * (Y_i - \bar{Y})$	$(X_i - X)^2$
1	1	6	−2	−6,5	13	4
2	2	8	−1	−4,5	4,5	1
3	4	12	1	−0,5	−0,5	1
4	5	24	2	11,5	23	4
Σ	12	50	0	0	40	10

$\bar{X} = \frac{\Sigma xi}{n} = \frac{12}{4} = 3$

$\bar{Y} = \frac{\Sigma yi}{n} = \frac{50}{4} = 12.5$ — 1

$\hat{\beta} = \frac{\Sigma(Xi - \bar{X}) * (Yi - \bar{Y})}{\Sigma(Xi - \bar{X})^2} = \frac{40}{10} = 4$

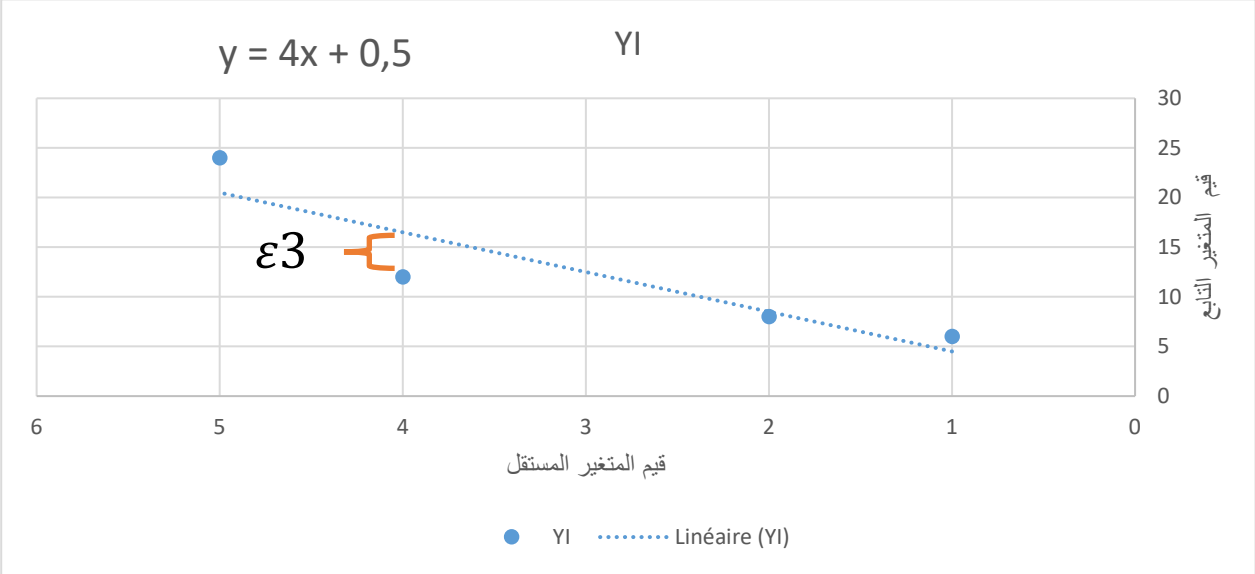
$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} * \bar{X} = 12.5 - 4 * 3 = 0.5$

ومنه يمكن كتابة معادلة نموذج الإنحدار الخطي البسيط كما يلي:

$$Y_i = 0.5 + 4 * X_i + \varepsilon$$

3. التمثيل البياني لسحابة النقاط وللمعادلة الإنحدارية والخطأ العشوائي للمشاهدة الثالثة:

2*1



ملاحظة : لرسم المعادلة الإنحدارية يتوجب العمل على الأقل بقيمتين من قيم المتغير التابع المتنبئ به.

4. حساب SSE:

$SSR = \hat{\beta} * \Sigma(Xi - \bar{X}) . (Yi - \bar{Y})$

1 $SSR = 4 * 40 = 160$

$SSR = \hat{\beta}^2 . \Sigma(Xi - \bar{X})^2$

$SSR = 4^2 * 10 = 160$

$SSE = SST - SSR = 195 - 160$

$SSE = 35$

5. حساب القوة التفسيرية للنموذج:

1 $R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{160}{195} = 0.8205 = 82.05\%$

التعليق على النتيجة: 82.05% من التغيرات التي تحدث في المتغير التابع Yi سببها المتغير المستقل Xi أما النسبة الباقية فسببها عوامل أخرى غير مأخوذة في هذا النموذج. وهي تشير إلى أن النموذج كفئ.

6. اختبار معنوية معامل الانحدار عند مستوى 0.05:

1.5 $H_0 : \hat{\beta} = 0$ فرضية العدم (الإنحدار غير دال احصائيا عند مستوى معنوي 0.05)

$H_1 : \hat{\beta} \neq 0$ الفرضية البديلة (الإنحدار دال إحصائيا عند مستوى معنوية 0.05)

$T_{cal} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma\hat{\beta}}$

نحسب أولا تباين البواقي:

$VAR_e = \frac{\Sigma e^2}{n-2} = \frac{35}{2} = 17.5$

ثانيا نحسب تباين $\hat{\beta}$:

$VAR\hat{\beta} = \frac{VAR_e}{\Sigma(Xi - \bar{X})^2} = \frac{17.5}{10} = 1.75$

ثالثا نحسب انحراف $\hat{\beta}$:

0.5	$\sigma\hat{\beta} = \sqrt{VAR\ (\hat{\beta})} = \sqrt{1.75} = 1.3229$ ومنه فإن: $T_{cal} = \frac{\hat{\beta}}{\sigma\hat{\beta}} = \frac{4}{1.3229} = \mathbf{3.0237}$ $T_{tab} = T(n-2\ ;\ \frac{\alpha}{2}) = T\ (2\ ;\ 0.025) = \mathbf{4.303}$ بما أن القيمة المطلقة لـ T_{cal} أقل من T_{tab} (تقع ضمن حدود قبول الفرضية الصفرية) فإننا نقبل الفرضية الصفرية ونرفض الفرضية البديلة أي أن $\widehat{B}$ **ليس له دلالة إحصائية عند مستوى معنوية 0.05** **7. استنتاج صلاحية النموذج ككل:** من السؤال السابق نستنتج أن النموذج غير دال إحصائيا، لأنه يوجد معامل انحدار واحد فقط فإذا كان غير دال إحصائيا فالنموذج ككل غير دال إحصائيا ولأنه كذلك لا يوجد تعارض بين اختبار T واختبار F.
4 2 2	**بعد الحساب نتحصل على معادلة الانحدار الخطي المتعدد هي كالتالي:** $Y_i = -1.9 + 1.35 * X_{i1} + 2.5 * X_{i2} + \varepsilon$ تفسير معاملا الإنحدار: • في حالة زيادة المتغير المستقل الأول بوحدة واحدة يزداد المتغير التابع بـ 1.35 وحدة مع ثبات المتغيرات الأخرى. • في حالة زيادة المتغير المستقل الثاني بوحدة واحدة يزداد المتغير التابع بـ 2.5 وحدة مع ثبات المتغيرات الأخرى **المفاضلة بين النماذج الإحصائية:** من أجل المفاضلة بين النماذج، نعتمد على معامل التحديد المصحح (يستبعد هذا المعيار عيوب معامل التحديد R^2)، حيث نلاحظ أن النموذج الأول هو أحسن نموذج لأن له أكبر قيمة لمعامل التحديد المصحح.