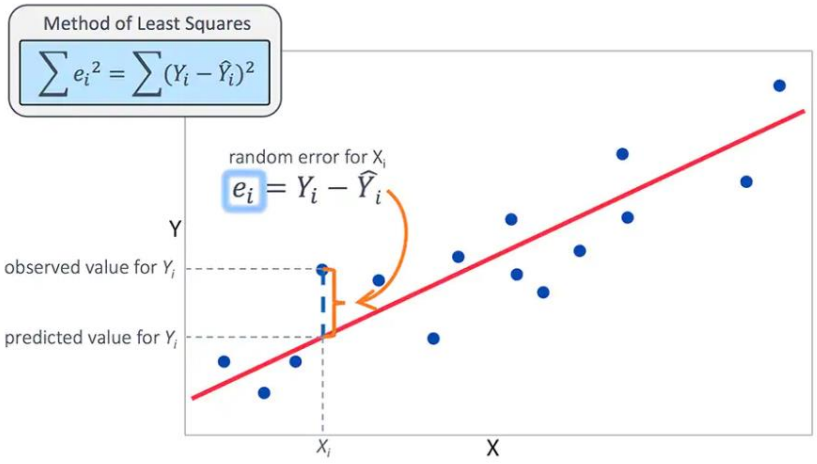
جامعة الشاذلي بن جديد - الطارف
UNIVERSITE CHADLI BENDJEDID - ELTARF

2026-2025 السداسي 6

اقتصاد قياسي

- المحاضرة 01

تقدير معلمات نموذج الإنحدار الخطي البسيط وفقا لطريقة المربعات الصغرى



صورة تمثل الدرس/ المحور

الأساتذة المسؤولين			
الاسم واللقب	الرتبة	الكلية	البريد الالكتروني
محمد لمين ميرة	MCB	علوم اقتصادية SEGC	lamine.mira4@gmail.com

الطلبة المعنيين			
الكلية	القسم	السنة	تخصص
علوم اقتصادية SEGC	العلوم الاقتصادية	السنة الثالثة ليسانس	جميع التخصصات

وثيقة عمل المحاضرة رقم 01

الوضعية: (تقدم مطبوعة لكل طالب)

السند 01: بهدف إعداد مذكرة التخرج في تخصص اقتصاد نقدي ومالي، قامت إدارة القسم بعرض مجموعة من المواضيع على الطلبة للاختيار من بينها، فقام ثلاثة طلبة هم: أيمن وسليم وعمار باختيار مواضيعهم:

- اختار أيمن مذكرة موسومة بعنوان : "**أثر تغير الدخل على الاستهلاك – دراسة قياسية**" ؛
- بينما اختار سليم مذكرة موسومة بعنوان: "**دراسة قياسية لمحددات سعر الصرف في الجزائر**"؛
- أما عمار فاختار مذكرة موسومة بعنوان: "**المناخ التنظيمي وعلاقته بربحية المؤسسة الاقتصادية** ".

بعد فترة زمنية قصيرة، التقى أيمن (الطالب الذي اختار الموضوع الأول) بأستاذه المشرف، فنصحه بالعمل في الجانب التطبيقي **بنموذج احصائي** يتمثل في **نموذج الانحدار الخطي البسيط** باعتباره ملائم لموضوعه، فأخبر أيمن زميليه (سليم وعمار) بما نصحه به أستاذه، فعمدوا جميعا إلى تطبيق النموذج السابق في مذكراتهم.

يوم التخرج وبعد المناقشة النهائية للمذكرات تحصل كل من أيمن وسليم وعمار على العلامات التالية على التوالي : 18؛ 10؛ 08.

العمل المطلوب : انطلاقا من السند رقم 01 وبالاعتماد على مكتسباتك القبلية، أجب على ما يلي:

1. ما المقصود بالنموذج؟ متى يكون النموذج احصائيا؟
2. ما المقصود بنموذج الانحدار الخطي البسيط؟ (شرح كلمة بكلمة)
3. ما أهمية تطبيق النموذج السابق؟
4. ما سبب تحصل كل من سليم وعمار على علامات ضعيفة يوم المناقشة؟
5. اقترح النموذج الإحصائي الملائم لمذكرة سليم، ثم لمذكرة عمار.

السند 02: عند بداية عمله في الجانب التطبيقي، أي عند بداية بنائه لنموذجه الإحصائي الذي اعتمده في دراسته، اعتمد أيمن على النظرية الاقتصادية الكينيزية في توصيفه للنموذج، ثم بدأ بجمع البيانات على مجموعة من العائلات من أجل تقدير معلمات نموذجه، ثم تحقق من مجموعة من الفرضيات متعلقة أساسا بالخطأ العشوائي، ثم تأكد من جودة نموذجه المقدر، وفي الأخير استعمله في عملية التنبؤ بالاستهلاك المستقبلي للعائلات بعد أن اختبر قدرته التنبؤية.

العمل المطلوب : انطلاقا من السند رقم 01 وبالاعتماد على مكتسباتك القبلية، أجب السؤال التالي:

- ما هي المنهجية التي اتبعها أيمن في بناءه لنموذج دراسته.

مثال تطبيقي رقم 01:

نرغب في إجراء تقدير لمعادلة الانحدار بين المتغير المستقل Xi والمتغير التابع Yi لمجموعة من العائلات وذلك حسب نموذج الانحدار الخطي البسيط لهذا الغرض تم اختيار عينة مكونة من 6 عائلات وكانت النتائج كما يلي:

المشاهدات (i)	Xi	Yi
1	5	2
2	6	2
3	6	3
4	7	4
5	8	7
6	10	6

العمل المطلوب:

1) قدر معلمات معادلة الانحدار الخطي البسيط باستعمال طريقة المربعات الصغرى وذلك كما يلي

أ- باستعمال القانون العام؛

ب- باستعمال القانون المختصر.

2) أرسم سحابة انتشار النقاط ثم مثل معادلة الانحدار الخطي البسيط على نفس المعلم.

مثال رقم 02:

لتكن لديك المعطيات التالية والخاصة بالعلاقة الخطية بين المتغير التابع Y والمتغير المستقل X:

i	1	2	3	4	5
X_i	2	3	1	5	9
Y_i	4	7	3	9	17

العمل المطلوب:

1) قدر معادلة نموذج الانحدار الخطي من الشكل $Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i + \boldsymbol{\varepsilon}$ باستعمال طريقة المربعات الصغرى:

أ- باستعمال القانون العام؛

ب- باستعمال القانون المختصر.

2) ما هي قيمة Y في حالة X تساوي 10.

$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	
$\bar{Y} - \hat{\beta}^* \bar{X}$	$\frac{\Sigma(Xi - \bar{X}) * (Yi - \bar{Y})}{\Sigma(Xi - \bar{X})^2}$	$\frac{n * \Sigma XiYi - \Sigma Xi * \Sigma Yi}{n * \Sigma Xi^2 - (\Sigma Xi)^2}$

أهداف المحاضرة 01:

- شرح المفاهيم الأساسية في نموذج الإنحدار الخطي البسيط؛
- التعرف على النموذج النظري والنموذج الإحصائي (الفعلي)؛
- تقدير معلمات النموذج وفقا لطريقة المربعات الصغرى.

مراحل سير المحاضرة:

- وضعية مشكلة (تقديمها ومناقشتها)؛
- شرح المفاهيم الأساسية في نموذج الإنحدار الخطي البسيط؛
- تقدير معلمات النموذج وفقا لطريقة المربعات الصغرى؛
- مثال تطبيقي.

وضعية المشكلة: (تقدم مطبوعة لكل طالب)

السند 01: بهدف إعداد مذكرة الماستر في تخصص اقتصاد نقدي وبنكي، قامت إدارة القسم بعرض مجموعة من المواضيع على الطلبة للإختيار من بينها، فقام ثلاثة طلبة هم: أيمن وسليم وعمار باختيار مواضيعهم:

- اختار أيمن مذكرة موسومة بعنوان : "**أثر تغير الدخل على الاستهلاك – دراسة قياسية**" ؛
- بينما اختار سليم مذكرة موسومة بعنوان: "**دراسة قياسية لمحددات سعر الصرف في الجزائر**"؛
- أما عمار فاختار مذكرة موسومة بعنوان: "**المناخ التنظيمي وعلاقته بربحية المؤسسة الاقتصادية** ".

بعد فترة زمنية قصيرة، التقى أيمن (الطالب الذي اختار الموضوع الأول) بأستاذه المشرف، فنصحه بالعمل في الجانب التطبيقي **بنموذج احصائي** يتمثل في **نموذج الانحدار الخطي البسيط** باعتباره ملائم لموضوعه، فأخبر أيمن زميليه (سليم وعمار) بما نصحه به أستاذه، فعمدوا جميعا إلى تطبيق النموذج السابق في مذكراتهم.

يوم التخرج وبعد المناقشة النهائية للمذكرات تحصل كل من أيمن وسليم وعمار على العلامات التالية على التوالي : 18؛ 10؛ 08.

العمل المطلوب : انطلاقا من السند رقم 01 وبالاعتماد على مكتسباتك القبلية، أجب على ما يلي:

1. ما المقصود بالنموذج؟ متى يكون النموذج احصائيا؟
2. ما المقصود بنموذج الانحدار الخطي البسيط؟ (شرح كلمة بكلمة)
3. ما أهمية تطبيق النموذج السابق؟
4. ما سبب تحصل كل من سليم وعمار على علامات ضعيفة يوم المناقشة؟
5. اقترح النموذج الإحصائي الملائم لمذكرة سليم، ثم لمذكرة عمار.

السند 02: عند بداية عمله في الجانب التطبيقي، أي عند بداية بنائه لنموذجه الإحصائي الذي اعتمده في دراسته، اعتمد أيمن على النظرية الاقتصادية الكينيزية في توصيفه للنموذج، ثم بدأ بجمع البيانات على مجموعة من العائلات من أجل تقدير معلمات نموذجه، ثم تحقق من مجموعة من الفرضيات متعلقة أساسا بالخطأ العشوائي، ثم تأكد من جودة نموذجه المقدر، وفي الأخير استعمله في عملية التنبؤ بالاستهلاك المستقبلي للعائلات بعد أن اختبر قدرته التنبؤية.

العمل المطلوب : انطلاقا من السند رقم 01 وبالاعتماد على مكتسباتك القبلية، أجب السؤال التالي:

⇐ ما هي المنهجية التي اتبعها أيمن في بناءه لنموذج دراسته.

المفاهيم الأساسية في نموذج الإنحدار الخطي البسيط:

أولا: النموذج:

- في لغة هو تمثيل مبسط لشيء معقد.
- هو تصوير أو تقديم مختزل لظاهرة اقتصادية في شكل معادلات.
- هو أداة في اليد الاقتصادي من أجل تفسير الظواهر الاقتصادية

النموذج الإحصائي هو محاولة قياس العلاقة بين المتغيرات الاقتصادية من خلال الجمع بين النظرية الاقتصادية لتحديد المشكلة المراد دراستها وتحديد أهم المتغيرات الاقتصادية والاجتماعية التي تؤثر فيها، والأساليب الرياضية في إطار الاقتصاد الرياضي لتوصيف العلاقات القائمة بين المتغيرات في شكل رموز ومعادلات، ثم الاستعانة بالطرق الإحصائية للحصول على تقديرات كمية لتقدير معالم الصيغ المقترحة واختبار الفروض والوصول إلى نتائج دقيقة لاستخدامها في اتخاذ القرارات والتنبؤ ودراسة التغيرات الهيكلية.

النمـــــوذج الاقتصـــــــــادي
النمـــــوذج الريـــــــــاضي = النموذج الاقتصادي + معادلات ورموز رياضية
النمـــــــــــوذج الإحصائي = نموذج اقتصادي ورياضي + الأساليب الاحصائية

المصدر: من إعداد الباحث.

ثانيا: الإنحدار:

- في لغة العربية مصدره انحدر أي التدهور والهبوط، ولكن معناه الاحصائي والاقتصادي لا علاقة له بالمعنى اللغوي؛
- أداة إحصائية تستعمل لتوقع قيمة المتغير التابع بدلالة المتغير المستقل؛
- المتغير التابع يسمى أيضا بمتغير الاستجابة أو المتغير المفَسَر أو المتغير الناتج، أو متغير التأثر؛
- المتغير المستقل يسمى أيضا بالمتغير المتنبئ أو المتغير المفسر أو المتغير المعالج أو المتغير المؤثر؛
- أول ظهور لمصطلح انحدار (في 1866 م) في أعمال فرانسيس غالتون، حيث طبق نموذج الانحدار الخطي البسيط في نمذجة قامات الأطفال المولودين لآباء ذوي قامات غير اعتيادية (قصيرة الطول) مبينا بأن قامات الأطفال تؤول نحو المتوسط الحسابي.

ثالثا: خطي: تحتوي على شرطان :

- خطي في متغرات النموذج؛
- خطي في معلمات النموذج.

البسيط:

- لأنه يدرس تغير المتغير التابع بدلالة متغير مستقل واحد فقط؛
- البساطة تتمثل في أن النموذج يحتوي على متغير متنبئ واحد (متغير مستقل واحد فقط).

المنهجية المتبعة في بناء النموذج:

بناء النموذج يمر بخمسة خطوات كما يلي:

- **توصيف النموذج:** عملية توصيف النموذج تعتمد على النظريات الاقتصادية والاقتصاد الرياضي
- **تقدير النموذج:** يقصد بتقدير النموذج تقدير معلمات النموذج، وذلك باستخدام الطريقة المناسبة للتقدير. ومن أشهر طرق تقدير النموذج هي طريقة المربعات الصغرى.
- **معالجة النموذج المقدر:** يجب معالجة المشاكل القياسية التي تواجه النموذج المقدر ومن أهم هذه المشاكل:
  - ✓ مشكلة التداخل الخطي المتعدد بين المتغرات المستقلة؛
  - ✓ الارتباط الذاتي للأخطاء العشوائية ؛
  - ✓ عدم تجانس تباين حدود الخطأ العشوائي.
- **تقييم النموذج المقدر:** بعد معالجة مشاكل قياس النموذج، تبدأ مرحلة تقييم النموذج المقدر، وتنقسم معايير تقييم النموذج إلى:

1. **اختبار المعنوية الإحصائية لمعلمات النموذج:** وهي معايير تحددها النظرية الإحصائية، من خلال اختبار معنوية معادلة الانحدار المقدرة أو اختبار معنوية كل معامل من معاملات الانحدار المقدرة.
2. **اختبار كفاءة النموذج المقدر بشكل عام** : لإختبار جودة النموذج المقدر بشكل عام يتم الاعتماد على:

- ✓ **معامل التحديد** ويفسر نسبة التغيرات الكلية في المتغير التابع التي تم تفسيرها من خلال التغيرا الكلية في المتغيرات المستقلة، ويبين معامل التحديد مدى قدرة المتغيرات المستقلة في تفسير التغيرات الحادثة في المتغير المستقل.
- ✓ **الخطأ المعيار للتقدير** ويمثل درجة تباين التقدير على القيمة الحقيقية للمعلمة، بحيث أنه كلما قل الخطأ المعيار كلما زادت درجة الثقة في التقدير.

تقديم نموذج الانحدار الخطي البسيط (النظري والإحصائي)

النموذج النظري: هناك العديد من نماذج الانحدار قد يصل عددها الى ما يقرب من مئات النماذج ولكن النموذج الأكثر أهمية والأكثر شيوعاً في الاستعمال هو نموذج الانحدار الخطي بسيط، في هذا النموذج يوجد لدينا المتغير التابع y المعروف أيضاً باسم متغير الاستجابة والمتغير المستقل x المعروف أيضاً باسم المتغير المتنبئ، ويمكن ذكر **النموذج النظري** على النحو التالي:

$$Y_i = \alpha + \beta.x_i + \varepsilon$$

حيث أن :

y: هو المتغير التابع

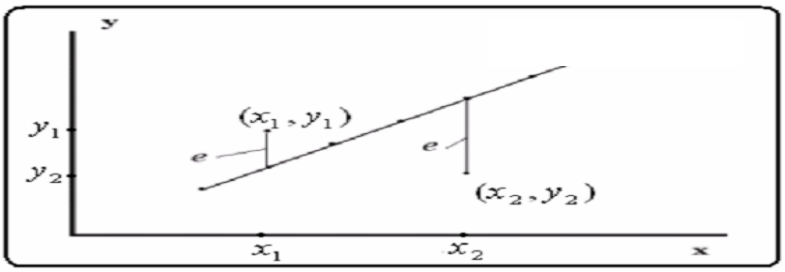
x: هو المتغير المستقل

α : الثابت الذي يعكس قيمة المتغير التابع في حالة انعدام المتغير المستقل أي x=0.

β: ميل الخط المستقيم، ويعكس مقدار التغير في y إذا تغيرت x بوحدة واحدة.

ε: هو الخطأ العشوائي ويمكن توضيح هذا الخطأ على الشكل التالي لنقط الانتشار :

ملاحظة: في بعض المراجع يمكن أن تجد رموز أخرى لمعلمات النموذج.



النموذج الفعلي (المقدر): نموذج عملي يقدره الباحث بجمع البيانات عن المتغيرين (x و y) ومن ثم حساب معاملات الانحدار (α و β) (الثابت والميل) ويعبر عن هذا النموذج بالمعادلة الآتية:

$$Y_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}.x_i + \varepsilon$$

حيث أن:

$\hat{\alpha}$: هي القيمة المقدرة لـ α

$\hat{\beta}$: هي القيمة المقدرة لـ β

يسمى هذا التقدير بالتقدير النقطي، تجدر الإشارة إلى أنه يوجد نوع آخر من التقدير يسمى التقدير بمجال ثقة سيتم التطرق له لاحقا.

تقدير معلمات النموذج وفقا لطريقة المربعات الصغرى

هناك عدة طرائق لتقدير معلمات النموذج أهمها : طريقة المربعات الصغرى، وطريق المعقولية العظمى.

يمكن تقدير معاملات الانحدار الخطي البسيط(α،β) باستخدام طريقة المربعات الصغرى، وهذا التقدير هو الذي يجعل مجموع مربعات الأخطاء العشوائية أقل ما يمكن، و يحسب هذا التقدير كما يلي:

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$ **يسمى بالقانون العام**

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma(Xi - \bar{X})*(Yi - \bar{Y})}{\Sigma(Xi - \bar{X})^2}$$ **يسمى بالقانون المختصر**

حيث أن : $\bar{x}$, $\bar{y}$: هما الوسطين الحسابيين لقيم xi ,yi على التوالي.

ملاحظة: إن استخدام القانون العام أو القانون المختصر يؤدي إلى نفس النتيجة.

ومن أجل تقدير قيمة $\hat{\alpha}$ نستخدم القانون التالي:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$$

وبالتالي تكون القيمة المقدرة للمتغير التابع هي $\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}.x_i$ ويطلق على هذا التقدير بـ تقدير معادلة انحدار y على x .

مثال تطبيقي

نرغب في إجراء تقدير لمعدالة الإنحدار بين المتغير المستقل Xi والمتغير التابع Yi لمجموعة من العائلات وذلك حسب نموذج الإنحدار الخطي البسيط لهذا الغرض تم اختيار عينة مكونة من 6 عائلات وكانت النتائج كما يلي :

المشاهدات (i)	X	Y
1	5	2
2	6	2
3	6	3
4	7	4
5	8	7
6	10	6

العمل المطلوب:

3) قدر معلمات معادلة الإنحدار الخطي البسيط باستعمال طريقة المربعات الصغرى وذلك كما يلي

ت- باستعمال القانون العام؛

ث- باستعمال القانون المختصر.

4) أرسم سحابة إنتشار النقاط ثم مثل معادلة الإنحدار الخطي البسيط على نفس المعلم.

حل المثال :

أولا: تقدير معلمات نموذج الإنحدار الخطي البسيط:

1. باستعمال القانون العام

المشاهدات (i)	X	Y	X_iY_i	x^2
1	5	2	10	25
2	6	2	12	36
3	6	3	18	36
4	7	4	28	49
5	8	7	56	64

6	10	6	60	100
المجموع	42	24	184	310

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6*184-42*24}{6*310-42*42} = \frac{1104-1008}{1860-1764} = \frac{96}{96} = 1$$

2. باستعمال القانون المختصر

العينة	Xi	Yi	$Xi-\bar{X}$	$Yi-\bar{Y}$	$(X-\bar{x})(Yi-\bar{Y})$	$(x-x)^2$
1	5	2	2-	2-	4	4
2	6	2	1-	2-	2	1
3	6	3	1-	1-	1	1
4	7	4	0	0	0	0
5	8	7	1	3	3	1
6	10	6	3	2	6	9
المجموع	42	24	0	0	16	16

دائما مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي 0

قيمة بسط القانون المختصر

قيمة مقام القانون المختصر

ومنه فإن:

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma(Xi-\bar{X})*(Yi-\bar{Y})}{\Sigma(Xi-\bar{X})^2} = \frac{16}{16} = 1$$

لاحظ أن بتطبيق القانون العام أو القانون المختصر نحصل على نفس التقدير لـ $\hat{\beta}$.

تقدير $\hat{\alpha}$

5

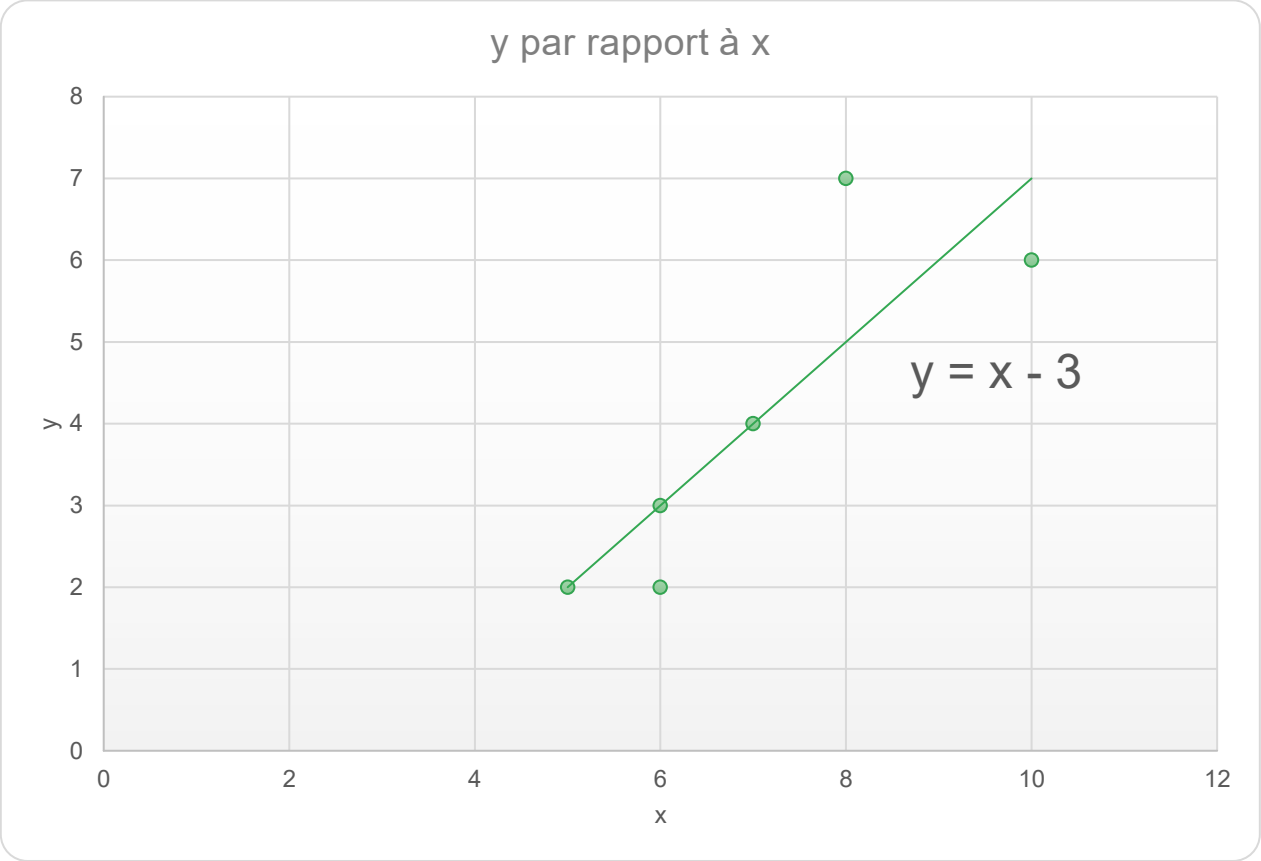
$$\hat{\alpha} = \frac{24}{6} - 1 * \frac{42}{6}$$

$$\hat{\alpha} = 4 - 7$$

$$\hat{\alpha} = -3$$

وبالتالي يمكن كتابة النموذج كما يلي: $Y_i = -3 + 1 * x_i$

2. تمثيل سحابة إنتشار النقاط ومعادلة الإنحدار الخطي البسيط:



ملاحظات:

1) دائما قيم المتغير المستقل نمثلها في محور الفواصل بينما قيم المتغير التابع نمثلها في محور الأعمدة.

2) عند تمثيل المعادلة الإنحدارية دائما نستعمل قيم المتغير المستقل والمتغير التابع المستخرجة منها وليس القيم المعطاة في نص التمرين.

3) بعد النقاط على خط معادلة الإنحدار هو قيمة الخطئ العشوائي لتلك النقطة.

4) يمكن أن يكون قيمة الخطأ العشوائي بالموجب أو بالسالب، وعموما جميع النقاط التي تقع فوق خط معادلة الإنحدار، قيم أخطائها العشوائية دائما موجبة والعكس صحيح.

المراجع المعتمدة:

- Introduction à la modélisation statistique, Site officiel de l'Université de Toulouse, Lien: https://www.math.univ-toulouse.fr/~besse/Wikistat/pdf/st-m-modmixt1-intro.pdf
- Pratique de la modélisation Statistique, Site officiel de l'Université de Toulouse, Lien: https://www.math.univ-toulouse.fr/~besse/pub/modlin.pdf
- قوري يحيى عبد الله، مطبوعة بعنوان: **الاقتصاد القياسي محاضرات وتمارين مطبوعة**، جامعة بومرداس، السنة 2018/2017.